



MINISTERSTWO EDUKACJI  
i NAUKI



**Jan Kowalczyk**

## **Badanie obwodów elektrycznych prądu przemiennego 311[50].O1.04**

**Poradnik dla ucznia**

**Wydawca**  
**Instytut Technologii Eksploatacji – Państwowy Instytut Badawczy**  
**Radom 2005**

Recenzenci:

dr inż. Stanisław Derlecki

mgr inż. Andrzej Rodak

Opracowanie redakcyjne:

mgr inż. Katarzyna Maćkowska

Konsultacja:

dr inż. Janusz Figurski

Korekta:

mgr Joanna Iwanowska

Poradnik stanowi obudowę dydaktyczną programu jednostki modułowej 311[50].O1.04 Badanie obwodów elektrycznych prądu przemiennego zawartego w modułowym programie nauczania dla zawodu technik mechatronik.

Wydawca

Instytut Technologii Eksploatacji – Państwowy Instytut Badawczy, Radom 2005

# SPIS TREŚCI

<b>1. Wprowadzenie</b>	<b>3</b>
<b>2. Wymagania wstępne</b>	<b>4</b>
<b>3. Cele kształcenia</b>	<b>5</b>
<b>4. Materiał nauczania</b>	<b>6</b>
<b>4.1. Podstawowe pojęcia dotyczące obwodów prądu przemiennego jednofazowego</b>	<b>6</b>
4.1.1. Materiał nauczania	6
4.1.2. Pytania sprawdzające	12
4.1.3. Ćwiczenia.	12
4.1.4. Sprawdzian postępów	14
<b>4.2. Elementy pasywne R, L, C w obwodzie prądu sinusoidalnego</b>	<b>14</b>
4.2.1. Materiał nauczania	14
4.2.2. Pytania sprawdzające	20
4.2.3. Ćwiczenia	20
4.2.4. Sprawdzian postępów	22
<b>4.3. Obwody szeregowe i równoległe RLC</b>	<b>23</b>
4.3.1. Materiał nauczania	23
4.3.2. Pytania sprawdzające	30
4.3.3. Ćwiczenia	30
4.3.4. Sprawdzian postępów	32
<b>4.4. Elektromagnetyzm</b>	<b>33</b>
4.4.1. Materiał nauczania	33
4.4.2. Pytania sprawdzające	40
4.4.3. Ćwiczenia	40
4.4.4. Sprawdzian postępów	41
<b>4.5. Obwody magnetyczne</b>	<b>42</b>
4.5.1. Materiał nauczania	42
4.5.2. Pytania sprawdzające	47
4.5.3. Ćwiczenia	47
4.5.4. Sprawdzian postępów	49
<b>4.6. Układy trójfazowe</b>	<b>49</b>
4.6.1. Materiał nauczania	49
4.6.2. Pytania sprawdzające	55
4.6.3. Ćwiczenia	55
4.6.4. Sprawdzian postępów	57
<b>4.7. Pomiary wielkości charakteryzujących obwody prądu przemiennego jednofazowego i trójfazowego</b>	<b>57</b>
4.7.1. Materiał nauczania.	57
4.7.2. Pytania sprawdzające	60
4.7.3. Ćwiczenia.	60
4.7.4. Sprawdzian postępów	64
<b>5. Sprawdzian osiągnięć</b>	<b>65</b>
<b>6. Literatura</b>	<b>68</b>

# 1. WPROWADZENIE

Poradnik będzie Ci pomocny w opanowywaniu wiedzy i umiejętności elektrotechniki z zakresu prądu przemiennego. Ułatwi nabycie umiejętności rozpoznawania elementów obwodów elektrycznych, analizowania zjawisk, wykonywania pomiarów i interpretowania wyników pomiarów przeprowadzanych w obwodach elektrycznych.

W poradniku zamieszczono:

- wymagania wstępne, wykaz umiejętności, jakie powinieneś mieć już ukształtowane,
- cele kształcenia tj. wykaz umiejętności, jakie ukształtujesz podczas pracy z poradnikiem,
- materiał nauczania, „pigułkę” wiadomości teoretycznych niezbędnych do opanowania treści jednostki modułowej,
- pytania sprawdzające tj. zestaw pytań przydatny do sprawdzenia, czy już opanowałeś podane treści,
- ćwiczenia umożliwiające zrozumienie i utrwalanie wiadomości teoretycznych oraz kształtowanie umiejętności praktycznych,
- sprawdzian postępów to zestaw pytań, pomocny w przeprowadzeniu przez Ciebie samooceny własnej wiedzy i umiejętności,
- sprawdzian osiągnięć, przykładowy zestaw zadań i pytań dla sprawdzenia wiedzy i umiejętności z zakresu całej jednostki modułowej. Pozytywny wynik sprawdzianu potwierdzi, że dobrze pracowałeś podczas zajęć i nabyłeś wiedzę i umiejętności z zakresu tej jednostki modułowej,
- literaturę.

## 2. WYMAGANIA WSTĘPNE

Przystępując do realizacji programu jednostki modułowej powinieneś umieć:

- wymieniać podstawowe wielkości fizyczne oraz ich jednostki miar w układzie SI,
- przeliczać wielokrotności i podwielokrotności jednostek wielkości fizycznych,
- posługiwać się podstawowymi pojęciami z chemii i fizyki w zakresie zjawisk związanych z elektrycznością,
- odczytywać i wykonywać wykresy funkcji,
- rozwiązywać równania matematyczne, przekształcać wzory,
- odczytywać rysunki techniczne,
- stosować prawa elektrotechniki wykorzystywane w analizie obwodów prądu stałego,
- wykonywać pomiary napięcia, prądu i innych wielkości w obwodach prądu stałego,
- opisywać wielkości wektorowe, skalarnie oraz wykonać sumowanie wektorów,
- obsługiwać komputer na poziomie podstawowym,
- korzystać z różnych źródeł informacji.

### 3. CELE KSZTAŁCENIA

W wyniku realizacji programu jednostki modułowej powinieneś umieć:

- wyjaśnić podstawowe pojęcia i prawa dotyczące obwodów elektrycznych prądu przemiennego,
- oznaczyć zwroty napięć i prądów w obwodach elektrycznych,
- przedstawić przebiegi sinusoidalnie zmienne za pomocą wykresów wektorowych,
- obliczyć parametry obwodów RLC szeregowego i równoległego,
- zweryfikować wyniki pomiarów na podstawie obliczeń wielkości elektrycznych charakteryzujących proste obwody prądu przemiennego,
- zbadać zjawiska zachodzące w prostych obwodach elektrycznych zawierających rezystory, cewki i kondensatory,
- zdefiniować podstawowe pojęcia i prawa dotyczące obwodów magnetycznych,
- rozróżnić konstrukcje obwodów magnetycznych,
- obliczyć parametry prostych obwodów magnetycznych,
- wyznaczyć zależności pomiędzy wielkościami fazowymi i przewodowymi w obwodach elektrycznych prądu trójfazowego,
- zapisać równania dla wartości chwilowych wielkości elektrycznych w obwodach jedno- i trójfazowych,
- wykonać pomiary napięcia i prądu przemiennego jedno- i trójfazowego,
- zastosować zasady bhp podczas pomiarów w obwodach elektrycznych prądu przemiennego jedno- i trójfazowego,
- współpracować w grupie,
- poszukać specjalistycznych informacji w ogólnodostępnych źródłach informacji,
- zinterpretować podstawowe prawa fizyczne i zależności matematyczne wykorzystywane w obwodach elektrycznych.

## 4. MATERIAŁ NAUCZANIA

### 4.1. Podstawowe pojęcia dotyczące obwodów prądu przemiennego jednofazowego

#### 4.1.1. Materiał nauczania

##### Wielkości charakteryzujące przebiegi sinusoidalnie zmienne

**Obwody jednofazowe** stanowią jedną z części sieci systemu zasilania trójfazowego, który jest powszechnie stosowany w technice i w gospodarce. W obwodach jednofazowych jedno źródło napięcia sinusoidalnie zmiennego zasilają odbiorniki o różnym charakterze i konfiguracjach połączeń. Prąd przemienny skrótowo oznacza się jako **AC** (z jęz. ang. od Alternate Current).

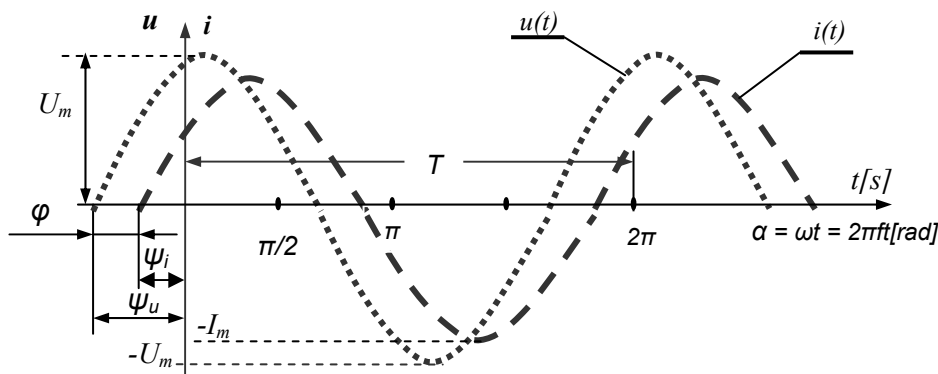
**Prąd lub napięcie sinusoidalnie zmienne** to takie, których wartości w różnych chwilach czasu ( $t$ ) można opisać równaniami:

$$\text{dla prądu: } i = I_m \sin(\omega t + \psi_i),$$

$$\text{dla napięcia: } u = U_m \sin(\omega t + \psi_u).$$

Na rys. 4.1. przedstawione są przebiegi czasowe zmienności prądu i napięcia sinusoidalnego.

**Wartościami chwilowymi** prądu „ $i$ ”, napięcia „ $u$ ” nazywamy wartości tych wielkości, jakie przyjmują one w danej chwili czasu ( $t$ ) i oznaczamy je małymi literami alfabetu. W równaniach opisujących zmienność prądu i napięcia występują jeszcze inne wielkości charakteryzujące przebiegi sinusoidalnie zmienne:



**Rys. 4.1.** Przebiegi napięcia i prądu sinusoidalnego o fazach początkowych  $\psi_i, \psi_u$  i przesunięte względem siebie w fazie o kąt  $\varphi$

$I_m, U_m$  – amplitudy lub wartości maksymalne prądu i napięcia,

$\omega = 2\pi f = 2\pi/T$  – wielkość zwana **pulsacją**;

jednostką pulsacji jest  $1[\text{rad/s}]$ , wartość pulsacji oznacza prędkość kątową wirowania wektora symbolizującego prąd lub napięcie o czym jest mowa niżej i związana jest z prędkością kątową wirnika prądnicy, gdy źródłem napięcia jest prądnica.

$(\omega t + \psi_i), (\omega t + \psi_u)$  – to wartości kątów fazowych przebiegów dla dowolnej chwili czasu  $t$ .

$\psi_i, \psi_u$  – kąty fazowe (fazy początkowe) przebiegów.

$f$  – częstotliwość zmian przebiegu, podawana w hercach; ( $1\text{Hz} = 1\text{s}^{-1}$ ), oznacza liczbę pełnych zmian przebiegu w ciągu 1 sekundy,

$T$  – okres przebiegu podawany w sekundach, oznacza czas trwania 1 pełnej zmiany (cyklu) przebiegu. Okres i częstotliwość przebiegu związane są zależnością:  $f = \frac{1}{T}$ .

Oznacza to, że częstotliwość przebiegu jest równa liczbie okresów w czasie 1 sekundy.

Pokazane na rys. 1. przebiegi napięcia i prądu posiadają fazy początkowe  $\psi_v, \psi_u$ , zaś względem siebie przesunięte są o kąt fazowy  $\varphi$ . Mówi się, że przy takich przebiegach napięcie wyprzedza prąd o kąt  $\varphi$  lub prąd opóźnia się względem napięcia o kąt  $\varphi$ .

Przesunięciu fazowemu pomiędzy przebiegami odpowiada określona wartość przesunięcia czasowego  $\Delta t$  pomiędzy przebiegami:

$$\Delta t = \frac{\varphi}{\omega} = \frac{\varphi}{2\pi f}$$

$$\varphi = \omega \Delta t$$

W analizie obwodów rzadko posługujemy się wartością przesunięcia czasowego pomiędzy przebiegami, gdyż bardziej uniwersalną wielkością jest przesunięcie fazowe  $\varphi = \omega \Delta t$ .

### Wartość skuteczna prądu lub napięcia sinusoidalnego.

Przepływ prądu elektrycznego przez rezystor, niezależnie czy jest to prąd stały czy przemienny, wiąże się z wydzielaniem się ciepła. **Prawo Joule'a-Lenza** określa ilość ciepła  $Q$  wydzielonego w rezystancji  $R$  przy przepływie prądu  $I$  w czasie  $t$  i wyraża się zależnością:

$$Q = R I^2 t.$$

Po uwzględnieniu prawa Ohma można uzyskać wzór w postaci:

$$Q = U I t = \frac{U^2 t}{R} = I^2 R t.$$

Z rozważań tych wynika, że energia cieplna wydzielana w rezystancji  $R$  jest proporcjonalna do kwadratu natężenia prądu, rezystancji i czasu przepływu prądu.

Do oceny cieplnych skutków działania prądu przemiennego wprowadzono pojęcie wartości skutecznej prądu.

**Wartością skuteczną prądu sinusoidalnego nazywamy taką, równoważną wartość prądu stałego, który przepływając przez opornik o rezystancji  $R$ , w czasie równym okresowi prądu  $T$ , spowoduje wydzielenie na tej rezystancji takiej samej ilości ciepła, co prąd sinusoidalny w tym samym czasie.**

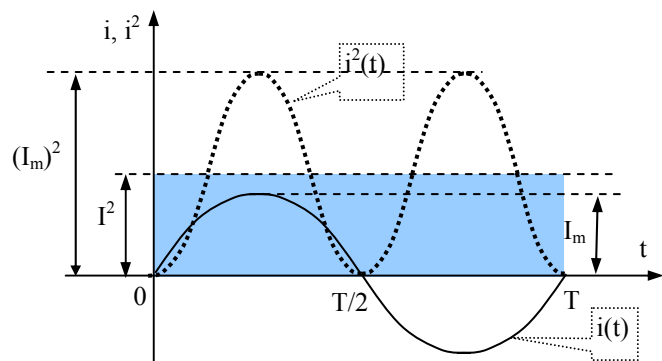
Podana definicja oparta jest na równoważności energetycznej prądu stałego i przemiennego. Wartość skuteczną prądu sinusoidalnego oznacza się literą  $I$ , podobnie jak wartość prądu stałego. Po wykreśleniu przebiegów: prądu  $i(t)$  oraz kwadratu prądu  $i^2(t)$  otrzymamy przebiegi jak na rys. 2. Można zauważyć, że kwadrat wartości prądu stałego równoważnego energetycznie prądowi sinusoidalnemu musi posiadać wysokość:

$$I^2 = \frac{I_m^2}{2}.$$

Po wykonaniu przekształcenia uzyskamy **zależność wartości skutecznej prądu sinusoidalnego od jego amplitudy:**

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}.$$

Podobne zależności obowiązują dla napięć sinusoidalnie zmiennych:  $U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$



**Rys.2.** Ilustracja pomocnicza dla wyznaczania wartości skutecznej prądu sinusoidalnego

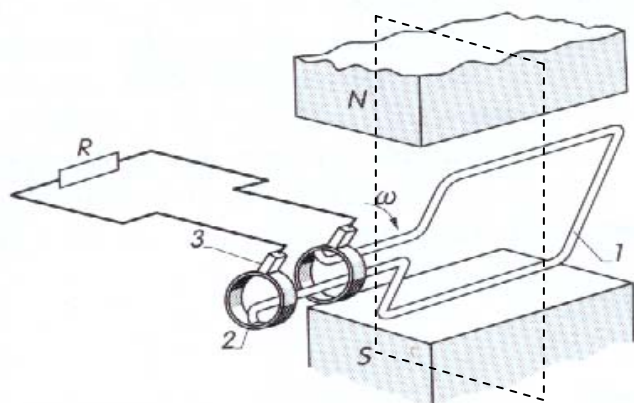


## Źródła napięcia sinusoidalnie zmiennego jednofazowego

Napięcie sinusoidalnie zmiennie, z którego korzystamy codziennie pochodzi ze źródeł zwanych **prądnicami** lub **generatorami**. Najczęściej są to generatory trójfazowe opisane w literaturze [1].

**Prądnice** to maszyny elektryczne, w których dokonuje się zamiana energii mechanicznej w elektryczną z wykorzystaniem zjawiska indukcji elektromagnetycznej<sup>1</sup>. Uproszczony model prądnicy wytwarzającej napięcie sinusoidalnie zmiennie pokazany jest na rys. 3 oraz na rys. 4a. Prądnica ta zbudowana jest z części nieruchomej, zwanej stojanem lub statorem oraz wirnika, zwanego rotorem. Stojan jest źródłem nieruchomego pola magnetycznego; może to być elektromagnes lub bieguny magnesu (jak na rys. 3 oraz 4a).

Wirnik na rysunku 3. to ramka wykonana z przewodnika, obracana dookoła własnej osi. W rzeczywistych rozwiązaniach zamiast ramki stosuje się wiele zwojów dla uzyskania większej wartości



Rys. 3. Model prądnicy napięcia przemiennego [4]

1 – ramka (uzwojenie), 2 – pierścienie ślizgowe połączone z końcami ramki, 3 – szczotki ślizgające się po pierścieniach, N-S – bieguny źródła pola magnetycznego, R – odbiornik energii-obciążenie prądnicy

prostopadła względem linii pola magnetycznego zmienia swoją wartość zależnie od położenia ramki (wraz ze zmianą kąta  $\alpha$  nachylenia płaszczyzny ramki względem linii pola – rys. 4a):

$$v_n = v \cdot \sin \alpha$$

Dzięki obracaniu się ramki w jej bokach indukuje się siła elektromotoryczna o wartości chwilowej wyrażonej wzorem:

$$e = B \cdot l \cdot v_n,$$

gdzie:  $e$  – wartość chwilowa indukowanego napięcia,

$B$  – wartość indukcji magnetycznej,

$v_n$  – składowa normalna (prostopadła) wektora prędkości względem linii pola magnetycznego,

$l$  – czynna długość boków ramki objętych działaniem pola magnetycznego.

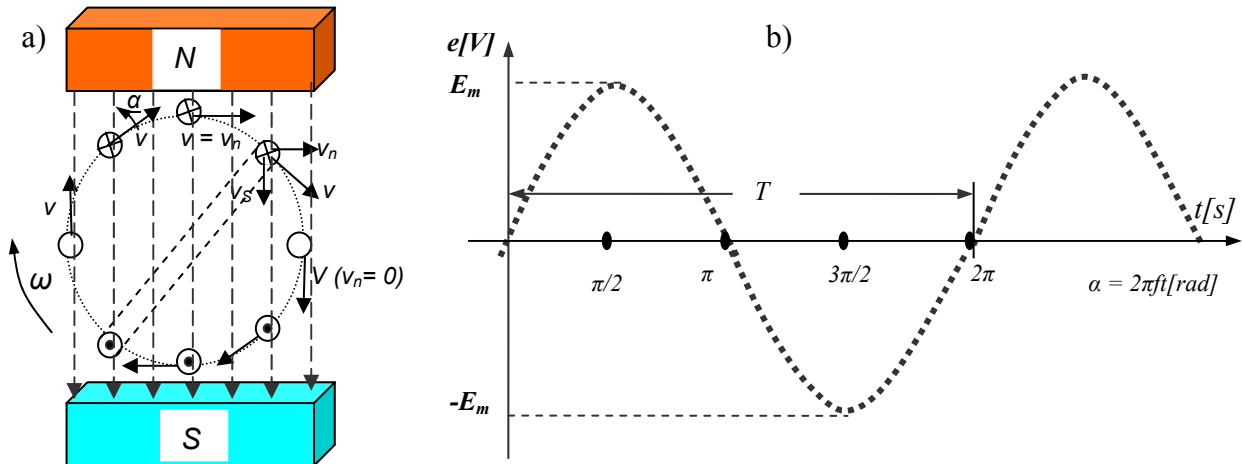
<sup>1</sup> Zjawisko indukcji elektromagnetycznej opisane jest w punkcie dotyczącym elektromagnetyzmu .

Wartość indukowanej siły elektromotorycznej możemy też wyrazić wzorem:

$$E = B \cdot l \cdot v \cdot \sin\alpha = E_m \sin\alpha,$$

gdzie:  $E_m = B \cdot l \cdot v$  – wartość maksymalna (amplituda) indukowanej SEM.

Przebieg czasowy indukowanego napięcia pokazany jest na rys.4b.



Rys. 4. Powstawanie zmiennej siły elektromotorycznej podczas obracania ramki w polu magnetycznym oraz przebieg zmienności indukowanego napięcia

Boki ramki przemieszczają się po okręgu. Dzięki temu zmienia się nie tylko wartość chwilowa indukowanej SEM, lecz również jej zwrot. Na rys. 4a zwroty te oznaczono kropkami oraz krzyżykami. Krzyżyk oznacza zwrot siły elektromotorycznej (SEM) i prądu za płaszczyznę rysunku, kropka oznacza zwrot przed płaszczyznę rysunku.

Przedstawione rozwiązanie konstrukcyjne prądnicy nie jest jedynym z możliwych. Najczęściej budowane są prądnice z wirującym polem magnetycznym wirnika i nieruchomym uzwojeniem stojana, w którym indukuje się (powstaje) napięcie wyprowadzane do zasilania odbiorników bez stosowania pierścieni ślizgowych i szczotek. Rozwiązania takie można spotkać w prądnicach rowerowych, gdzie napędzany kołem roweru wirujący magnes trwały wytwarza wirujące pole magnetyczne, które indukuje napięcie w uzwojeniu stojana.

Oprócz elektromechanicznych źródeł napięcia sinusoidalnego (prądnic), spotyka się elektroniczne generatory napięcia sinusoidalnego. Są nimi przetwornice napięcia stałego na napięcie przemiennie, które pozwalają przetworzyć napięcie stałe o dowolnej wartości, na przykład z 12 V lub 24 V (z akumulatorów samochodowych) na napięcie przemiennie o parametrach sieci (50 Hz, 230V).

Tego rodzaju źródła umożliwiają zasilanie odbiorników o niezbyt dużych mocach, tam gdy niedostępne jest napięcie sieci energetycznej.

### Przedstawianie przebiegów sinusoidalnych za pomocą wykresów wektorowych

Sinusoidalnie zmienne napięcie lub prąd można przestawić za pomocą wykresów czasowych, jak na rys. 1 lub 4b. Rysowanie takich przebiegów jest kłopotliwe i staje się mało przejrzyste, gdy na jednym rysunku trzeba przedstawić kilka napięć lub prądów. Dla uniknięcia tych niedogodności w elektrotechnice wykresowi czasowemu wielkości sinusoidalnie zmiennej przyporządkowuje się umownie symbolizujący ją wektor. Przyporządkowanie takie jest możliwe dzięki temu, że rzuty na oś rzędnych pewnego wektora o długości (module) równej amplitudzie przebiegu sinusoidalnego, obracającego się z prędkością kątową  $\omega$ , odpowiadają wartościom chwilowym tego przebiegu. Prędkość kątowa  $\omega$  równa się pulsacji przebiegu.

Dlatego rozpatrywanie funkcji (przebiegów) sinusoidalnych można zastąpić rozpatrywaniem wektorów.

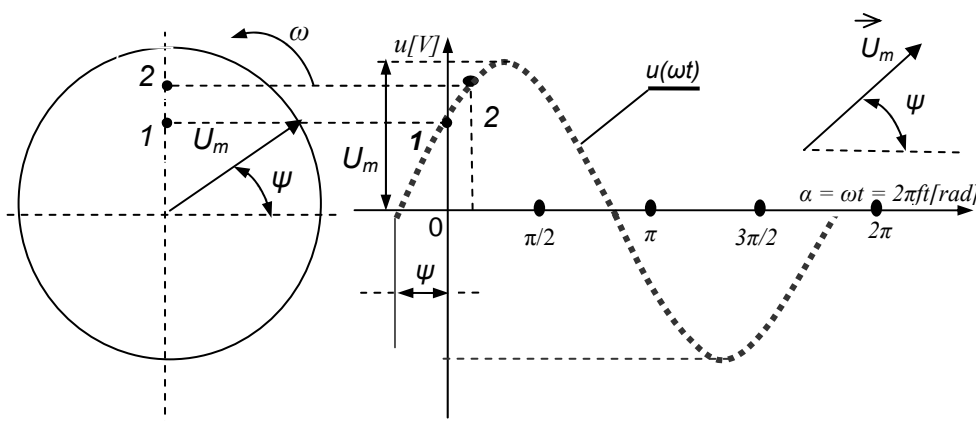
Wektor odwzorowujący wielkość sinusoidalnie zmienną nazywamy wykresem wektorowym tej wielkości.

Zbiór kilku wektorów położonych na tej samej płaszczyźnie odwzorowujących wielkości sinusoidalnie zmienne o jednakowej częstotliwości nazywamy wykresem wektorowym tych wielkości.

Ideę odwzorowania przebiegu sinusoidalnego za pomocą wirującego wektora przedstawia rys. 5. Moduł (długość) wektora  $\vec{U}_m$  odpowiada amplitudzie przebiegu. Wartość przebiegu odpowiadająca chwili  $t = 0$  odpowiada rzędnej punktu 1 na wykresie czasowym. Na wykresie wektorowym wartości początkowej przebiegu odpowiada długość rzutu wirującego wektora na oś rzędnych w chwili  $t = 0$  (odcinek 0-1).

Aby wyznaczyć wartość chwilową przebiegu w dowolnej chwili  $t$ , wystarczy narysować wektor  $\vec{U}_m$  nachylony pod kątem  $(\alpha = \psi + \omega t)$ , a następnie odczytać długość jego rzutu na oś rzędnych.

Zwykle na wykresie wektorowym rozpatrywane wielkości sinusoidalnie zmienne odwzorowujemy dla chwili  $t = 0$ . Przebiegowi przedstawionemu na rys. 5 odpowiada wykres wektorowy, zwany również wskazowym, którym jest wektor  $\vec{U}_m$  nachylony do osi odciętych pod kątem  $\psi$ , również pokazany na rys. 5.

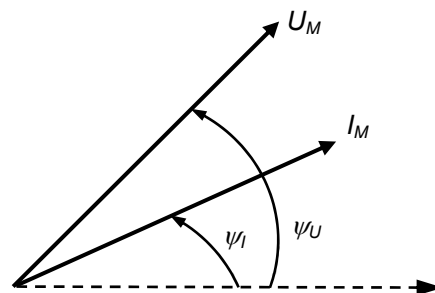


Rys. 5. Odwzorowanie wartości napięcia sinusoidalnie zmiennego za pomocą wirującego wektora oraz wykres wektorowy tego napięcia

Przebiegom czasowym na rysunku 1 odpowiada wykres wektorowy przedstawiony na rys. 6. Dotychczas podczas rysowania wykresu wektorowego przebiegów sinusoidalnych poszczególne wektory miały długość równą amplitudzie odpowiedniego przebiegu. W praktyce często rysuje się wykresy wektorowe dla wartości skutecznych przebiegów; wtedy oznaczenia wektorów nie zawierają indeksów dolnych oznaczających amplitudę (<sub>m</sub>).

**Dodawanie i odejmowanie wektorów jest równoważne takim samym działaniom na przebiegach czasowych, ponieważ każdy wektor oznacza przebieg wielkości sinusoidalnie zmiennej.**

Przedstawianie napięć i prądów za pomocą wektorów pozwala wykonywać działania na wektorach, zgodnie z zasadami rachunku wektorowego i z tych działań można wyciągać wnioski dotyczące przebiegów czasowych.



Rys. 6. Wykres wektorowy prądu i napięcia, których przebiegi czasowe przedstawia rys. 1

## Moc i energia w obwodzie prądu sinusoidalnego

W obwodach prądu stałego mieliśmy podaną jedną definicję mocy prądu elektrycznego jako iloczyn napięcia i natężenia prądu lub jako stosunek energii do czasu jej poboru. Przy przebiegach sinusoidalnych możemy rozważać moc w dowolnej chwili i wówczas możemy mówić o tzw. mocy chwilowej.

W przypadku występowania przesunięcia fazowego pomiędzy prądem i napięciem, chwilowa wartość mocy wyraża się równaniem:

$$p = ui = U_m I_m \sin \omega t \sin(\omega t + \varphi)$$

Po uwzględnieniu związku pomiędzy wartościami skutecznymi i maksymalnymi przebiegów oraz po przekształceniach równanie to przyjmuje postać:

$$p = UI \cos \varphi - UI \cos(2\omega t + \varphi)$$

W mocy chwilowej występuje składnik niezależny od czasu (składowa stała mocy chwilowej) i składowa zmienna mocy o częstotliwości dwukrotnie większej od częstotliwości napięcia i prądu. Wartość składowej stałej mocy jest równa wartości średniej mocy chwilowej za okres przebiegu  $T$  i wyraża się równaniem:

$$P = U \cdot I \cdot \cos \varphi$$

$\varphi$  – kąt przesunięcia fazowego pomiędzy prądem i napięciem.

Równanie powyżej wyraża wartość **mocy czynnej** prądu sinusoidalnego,  **$\cos \varphi$**  – nazywa się **współczynnikiem mocy** i jest to ważny parametr dla prawidłowej eksploatacji linii i sieci energetycznych. Jednostką mocy czynnej jest wat [W].

Wartość energii elektrycznej w pobranej przez odbiornik i zamienionej na inny rodzaj energii wyraża się iloczynem mocy czynnej i czasu poboru prądu:

$$W[J] = P \cdot t$$

Większą i powszechnie stosowaną jednostką energii elektrycznej jest: **1 kWh = 3,6 · 10<sup>6</sup> J**.

Oprócz mocy czynnej w obwodach prądu przemiennego występują również:

- **moc bierna**, której odpowiada energia magazynowana w polu elektrycznym kondensatorów lub w polu magnetycznym elementów indukcyjnych, definiowana jako:

$$Q = U \cdot I \cdot \sin \varphi$$

Jednostką mocy biernej jest var [var]:

- **moc pozorna:**  $S = U \cdot I$

Jednostką mocy pozornej jest woltoamper [V·A]. Jest to jednostka powstała jako iloczyn wolta i ampera, dlatego w jej zapisie stawiamy kropkę między oznaczeniami jednostek napięcia i prądu. Moc pozorna ma istotne znaczenie dla urządzeń elektrycznych ze względu na określone wartości znamionowe ich napięcia i prądu, wynikające z wytrzymałości izolacji i dopuszczalnych wartości prądu.

Z porównania wzorów wyznaczających moc czynną, bierną i pozorną możemy zauważyć, że są one ze sobą związane zależnością analogiczną z twierdzeniem Pitagorasa:

$$S^2 = P^2 + Q^2, \quad S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

a ponadto, możemy zapisać związki:

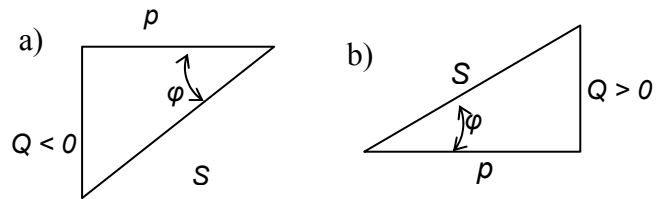
$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{Q}{P} \quad \cos \varphi = \frac{P}{S}$$

Dla zależności wiążących ze sobą moce prądu zmiennego podaje się ilustrację graficzną w postaci **trójkąta mocy** (rys. 7), który jest przydatny w analizie obwodów.

Moc bierna, może przyjmować wartość ujemną, gdy kąt fazowy  $\varphi$  jest ujemny, rys. 7a (odbiornik rezystancyjno-pojemnościowy) lub może mieć wartość dodatnią, gdy kąt fazowy  $\varphi$  jest dodatni, rys. 7b (odbiornik rezystancyjno-indukcyjny).

Dla odbiornika rezystancyjnego  $Q = 0$ . Przeciwne znaki mocy biernej indukcyjnej oraz pojemnościowej oznaczają możliwość wzajemnego kompensowania mocy indukcyjnej i pojemnościowej.

Fakt ten jest wykorzystywany w gospodarce i w systemach elektroenergetycznych dla eliminacji niepożądanego nadmiaru mocy biernej indukcyjnej w sieciach zasilających.



Rys. 7. Trójkąty mocy: a) odbiornika o charakterze pojemnościowym, b) odbiornika o charakterze indukcyjnym

#### 4.1.2. Pytania sprawdzające

Odpowiadając na pytania sprawdzisz, czy jesteś przygotowany do wykonania ćwiczeń.

1. Co to jest napięcie i prąd sinusoidalny?
2. Jakie parametry opisują napięcie i prąd sinusoidalny?
3. Co to jest kąt fazowy, amplituda, okres i częstotliwość przebiegu?
4. Co to jest wartość skuteczna prądu?
5. Co nazywamy wykresem wektorowym prądu?
6. Jak wyglądają przebiegi czasowe i wykres wektorowy prądu i napięcia sinusoidalnego?
7. Z jakich elementów składa się i jak działa prądnica prądu przemiennego?
8. Jak definiuje się moce prądu przemiennego?
9. Co to jest trójkąt mocy?

#### 4.1.3. Ćwiczenia

##### Ćwiczenie 1

Zmierz podstawowe parametry napięcia sinusoidalnego na wyjściu generatora sygnałowego lub transformatora zasilanego z sieci napięcia przemiennego, obniżającego napięcie.

Sposób wykonania ćwiczenia

Aby wykonać ćwiczenie powinieneś:

- 1) narysować symbol graficzny badanego źródła napięcia i zapisać ogólną funkcję opisującą zmienność napięcia,
- 2) woltomierzem napięcia przemiennego zmierzyć i zanotować wartość skuteczną napięcia,
- 3) zmienić miernik lub używany nastawić na pomiar napięcia stałego o zakresie pomiarowym zbliżonym do wartości napięcia mierzonej w punkcie 1, odczytać i zanotować wartość tego samego napięcia,
- 4) zinterpretować (zapisać uzasadnienie) wyniku uzyskanego w punkcie 3,
- 5) zapoznać się z instrukcją obsługi oscyloskopu oraz z pomiarami napięcia oscyloskopem,
- 6) zaobserwować oraz narysować kształt przebiegu napięcia mierzonego oraz zmierzyć i zanotować na przebiegu amplitudę napięcia i okres  $T$  (czas trwania jednej pełnej zmiany),
- 7) znając okres  $T$  obliczyć częstotliwość napięcia:  $f_{(OSC)} = 1/T = \dots\dots$  oraz jego pulsację:  $\omega = 2\pi f = \dots\dots$ ,
- 8) sprawdzić i zanotować częstotliwość napięcia przez pomiar bezpośredni częstościomierzem (gdy jest dostępny),  $f_{(CZEST)} = \dots\dots$ , porównać wyniki pomiarów w punktów 6 i 7,

- 9) obliczyć amplitudę napięcia na podstawie jego wartości skutecznej z punktu 2:  
 $U_m = \sqrt{2} \cdot U = \dots\dots\dots$ , porównać ją z wartością z punktu 6, przedyskutować i zapisać spostrzeżenia,
- 10) zapisać funkcję opisującą zmienność czasową napięcia,
- 11) po przyjęciu stosownej skali [V/cm] narysować wektor symbolizujący zmierzone napięcie,
- 12) wątpliwości na bieżąco wyjaśniać z nauczycielem.

Wyposażenie stanowiska pracy:

- źródło napięcia sinusoidalnego: generator przebiegów z funkcją sinus lub transformator sieciowy 230 V/24 V, multimetry lub woltomierze napięcia przemiennego i stałego, oscyloskop elektroniczny i jego instrukcja obsługi, poradnik dla ucznia, literatura.

### Ćwiczenie 2

Dwa źródła wytwarzają napięcia o częstotliwościach  $f = 50$  Hz, których przebiegi opisane zależnościami:  $u_1(t) = 40 \sin \omega t$ ,  $u_2(t) = 30 \sin(\omega t + \pi/2)$ .

- 1) Określ amplitudy, wartości skuteczne, pulsacje, okresy, kąty fazowe napięć i przesunięcie fazowe pomiędzy napięciami źródeł.
- 2) W jednym układzie współrzędnych  $u(t)$  narysuj przebiegi czasowe napięć  $u_1$ ,  $u_2$  oraz ich wykresy wektorowe.
- 3) Oblicz amplitudę napięcia będącego sumą przebiegów napięć:  $u(t) = u_1(t) + u_2(t)$ .

Sposób wykonania ćwiczenia

Aby wykonać ćwiczenia 2÷3 powinieneś: odczytać i wykonać polecenia wykorzystując informacje i wzory rozdziału 4.1.1.

Wyposażenie stanowiska pracy:

- literatura.

### Ćwiczenie 3

Wartość skuteczna napięcia źródła wynosi  $U = 230$  V i kąt fazowy  $\varphi_U = 0$ , prąd wypływający ze źródła wyraża zależność  $i(t) = 1,4 \sin(\omega t - \pi/2)$ , częstotliwość napięcia  $f = 50$  Hz.

- 1) Sporządź wykres wektorowy napięcia i prądu dla wartości skutecznych.
- 2) Oblicz amplitudę napięcia i w jednym układzie współrzędnych narysuj przebiegi czasowe napięcia i prądu.
- 3) Oblicz moce czynną, bierną i pozorną pobierane ze źródła.

### Ćwiczenie 4

Zbuduj układ złożony z szeregowo połączonych opornika  $R \approx 100 \Omega$  oraz kondensatora nieelektrolitycznego o pojemności  $C \approx 10 \mu\text{F}$ . Zasil obwód napięciem z sieci przez transformator o napięciu wtórnym około 24 V i zmierz napięcia w obwodzie. Zaprezentuj opracowane wyniki badania obwodu.

Sposób wykonania ćwiczenia

Aby wykonać ćwiczenie powinieneś:

- 1) narysować schemat obwodu, oznaczyć elementy i wpisać ich parametry,
- 2) wykonać pomiary i zanotować wartości skuteczne napięć: zasilającego po stronie wtórnej transformatora ( $U$ ) i na elementach obwodu ( $U_R$ ,  $U_C$ ),
- 3) po przyjęciu stosownej skali [V/cm] narysować wektory symbolizujące zmierzone napięcia,

- 4) sporządzić wykres wektorowy dla zmierzonych napięć  $U_R$ ,  $U_C$ , przyjmując, że wektorowi napięcia  $U_R$  odpowiada kąt  $0^\circ$ , natomiast napięciu  $U_C$  odpowiada kąt fazowy ( $-90^\circ$ ),
- 5) zsumować wektory  $U_R$ ,  $U_C$ , sprawdzić i zanotować, czy wektor będący ich sumą ma długość zgodną z długością wektora odpowiadającego napięciu  $U$ ,
- 6) obliczyć amplitudy napięć  $U_{Rm} = \sqrt{2} \cdot U_R$ ,  $U_{Cm} = \sqrt{2} \cdot U_C$ ,  $U_m$ , zapisać funkcje opisujące przebiegi czasowe tych napięć,
- 7) starannie, w jednym układzie współrzędnych narysować wykresy czasowe napięć  $u_R(t)$ ,  $u_C(t)$ , oraz sumy wartości chwilowych  $u(t) = u_R(t) + u_C(t)$ ,
- 8) zmierzyć i zapisać amplitudę wykreślonego napięcia  $u(t)$ , ocenić czy jest ona zgodna z wartością obliczoną w punkcie 6, wątpliwości przedyskutować z nauczycielem.

Wyposażenie stanowiska pracy:

- rezystory (100–300)  $\Omega$ , kondensatory  $C \approx 10 \mu\text{F}$ ,  $U_N > 100 \text{ V}$ ,
- transformatory sieciowe 230 V/24 V,  $S \geq 30 \text{ V} \cdot \text{A}$  (źródła napięcia sinusoidalnego),
- woltomierze napięcia przemiennego,
- literatura.

#### 4.1.4. Sprawdzian postępów

**Czy potrafisz:**

- |  | <b>Tak</b>               | <b>Nie</b>               |
|--|--------------------------|--------------------------|
| 1) zdefiniować i wyjaśnić przebiegi prądu stałego i sinusoidalnego,  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 2) scharakteryzować parametry prądu sinusoidalnego,  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 3) zdefiniować wartość skuteczną prądu sinusoidalnego,   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 4) zapisać związek amplitudy i wartości skutecznej prądu sinusoidalnego,                                   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 5) przedstawić przebieg sinusoidalny za pomocą wykresu wektorowego,  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 6) narysować przebiegi czasowe znając wykres wektorowy,  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 7) zdefiniować trzy rodzaje mocy prądu sinusoidalnego,   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 8) narysować wykresy wektorowe i przebiegi czasowe sumy prądów lub napięć w obwodzie prądu sinusoidalnego. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

Jeżeli udzieliłeś odpowiedzi przeczących powinieneś powtórzyć materiał nauczania, wykonać ćwiczenia i w razie potrzeby zwróć się o pomoc do nauczyciela.

## 4.2. Elementy pasywne R, L, C w obwodzie prądu sinusoidalnego

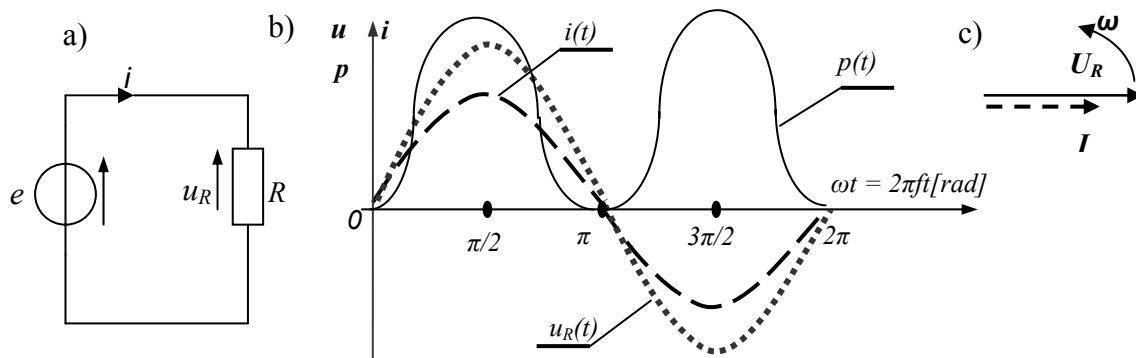
### 4.2.1. Materiał nauczania

#### Dwójnik o rezystancji R w obwodzie prądu sinusoidalnego

**Dwójnik** jest to element lub obwód dwukońcówkowy. Może to być rezystor idealny o rezystancji  $R$ , cewka, kondensator oraz dowolne połączenia wymienionych tu lub innych elementów, posiadające dwa zaciski dla włączenia go do obwodu. W obwodzie prądu przemiennego zawierającym rezystor o rezystancji  $R$  zasilanym napięciem sinusoidalnym (rys. 8a) wartość chwilową napięcia na rezystancji można wyrazić zależnością:

$$u_R = U_m \cdot \sin \omega \cdot t$$

Przebieg zmienności tego napięcia pokazany jest na rys. 8b.



Rys. 8: a) obwód prądu sinusoidalnego z odbiornikiem w postaci opornika R, b) przebiegi czasowe napięcia, prądu i mocy chwilowej, c) wykres wektorowy napięcia i prądu dla tego obwodu

Zgodnie z prawem Ohma prąd płynący w tym obwodzie możemy wyrazić równaniem:

$$i = \frac{u_R}{R} = \frac{U_m \sin \omega \cdot t}{R} = I_m \sin \omega t$$

Oznacza to, że prąd podobnie jak napięcie – będzie się zmieniał sinusoidalnie (rys. 8b), a jego faza początkowa będzie równa fazie początkowej napięcia. Kąt przesunięcia fazowego  $\varphi$  między prądem i napięciem wynosi zero. W powyższym równaniu można zauważyć, że:

$$\frac{U_m}{R} = I_m$$

Równanie to wyraża prawo Ohma dla rezystora w obwodzie prądu sinusoidalnego, w odniesieniu do amplitud napięcia i prądu. Po uwzględnieniu związku pomiędzy wartościami maksymalnymi i skutecznymi można napisać prawo Ohma w odniesieniu do wartości skutecznych:

$$I = \frac{U}{R}$$

Chwilowa wartość mocy wydzielanej w rezystancji wyraża się równaniem:

$$p(t) = u_R \cdot i = U_m \cdot I_m \cdot \sin^2 \omega \cdot t$$

Przebiegi czasowe napięcia, prądu i mocy chwilowej w rezystorze R przedstawia rys. 8b, natomiast na rys. 8c przedstawiony jest wykres wektorowy (wskazowy) napięcia i prądu rezystora. Średnia wartość mocy za okres przebiegu wyrazi się zależnością:

$$P = \frac{U_m I_m}{2} = UI,$$

gdzie:  $U, I$  – oznaczają wartości skuteczne napięcia i prądu przepływającego przez rezystor R.

Z analizy przebiegów czasowych i wykresu wektorowego wynikają ważne własności odbiornika o rezystancji R zasilanego prądem sinusoidalnym:

1. Rezystor nie wprowadza przesunięcia fazowego pomiędzy prądem i napięciem.
2. Rezystor pobiera tylko moc czynną; energia elektryczna dostarczana do rezystora zamieniana jest na energię cieplną. Jednostką mocy czynnej jest wat [W].

### Cewka indukcyjna o indukcyjności L w obwodzie prądu sinusoidalnego

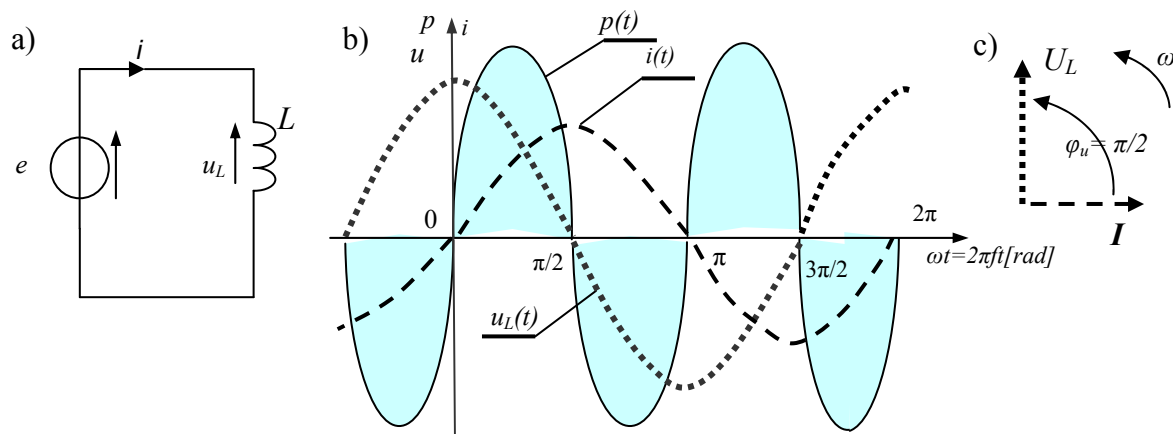
Na rys. 9a przedstawiono obwód prądu przemiennego zawierający element odbiorczy, zwany cewką indukcyjną, charakteryzujący się indukcyjnością L. Dla uproszczenia rozważań zakładamy,



że rezystancja uzwojeń przewodnika, którym nawinięto cewkę jest równa zero, czyli jest to cewka idealna (w rzeczywistości elementy te oprócz indukcyjności mają również rezystancję, której wartość powinna być niewielka, tak jak w zwojnicy).

Niech przez cewkę idealną – czyli taką, której rezystancję pomijamy ( $R = 0$ ) – płynie prąd sinusoidalnie zmienny:  $i = I_m \sin \omega t$ . Prąd ten wytworzy sinusoidalnie zmienny strumień magnetyczny, który indukuje w cewce siłę elektromotoryczną (SEM) samoindukcji  $e_L$ . Siła elektromotoryczna samoindukcji przeciwdziała zmianom prądu  $i(t)$ . Wartość SEM samoindukcji zależy od szybkości zmian prądu i spada do zera przy prądzie stałym.

Aby płynął prąd w obwodzie, napięcie  $u_L$  doprowadzone z zewnątrz powinno równoważyć siłę elektromotoryczną  $e_L$ . Oznacza to, że napięcie  $u_L$  w każdej chwili jest równe i przeciwnie skierowane do SEM  $e_L$ . Siła ta ma największą wartość, gdy szybkość zmian prądu jest największa.



**Rys. 9.** a) obwód prądu sinusoidalnego z odbiornikiem w postaci indukcyjności  $L$ , b) przebiegi czasowe napięcia, prądu i mocy chwilowej, c) wykres wektorowy napięcia i prądu dla tego obwodu

Ma to miejsce, gdy przebieg prądu zmienia kierunek (przecina oś czasu przechodząc przez wartość zerową). W wyniku tego napięcie  $u_L$  na cewce, jest przesunięte w fazie względem siły elektromotorycznej  $e_L$  o kąt  $\pi$  [rad] =  $180^\circ$ , wyprzedzając prąd ( $i$ ) płynący w obwodzie o kąt  $\pi/2$  [rad] =  $90^\circ$  (rys. 9 b, c).

Kąt  $\pi/2$  jest kątem przesunięcia fazowego napięcia  $u_L$  na cewce względem prądu  $i$ . Napięcie  $u_L$  na zaciskach cewki można wyrazić równaniem:

$$u_L = U_{Lm} \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right),$$

gdzie:  $U_{Lm} = I_m \cdot \omega \cdot L = I_m \cdot X_L$  to wartość amplitudy napięcia na cewce i jednocześnie równanie wyrażające prawo Ohma dla cewki w odniesieniu do wartości amplitud napięcia i prądu.

Wartość amplitudy napięcia  $U_{Lm}$  jest równa iloczynowi amplitudy prądu  $I_m$ , prędkości kątowej  $\omega$  i indukcyjności  $L$ . Wartość amplitudy napięcia na cewce  $U_{Lm}$  jest równa iloczynowi amplitudy prądu  $I_m$  i reaktancji cewki  $X_L$ .

Wielkość  $\omega L$  nazywa się **reaktancją indukcyjną cewki i oznacza się ją:**

$$X_L = \omega L = 2\pi fL$$

Jednostką reaktancji indukcyjnej jest om [ $\Omega$ ].

Przebieg mocy chwilowej na idealnej cewce jest następujący:

$$p = u_L \cdot i = U_{Lm} \cdot \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) I_m \cdot \sin \omega t = U_{Lm} \cdot I_m \cdot \cos \omega t \cdot \sin \omega t = U_L \cdot I \cdot \sin 2\omega t,$$

gdzie:  $U_L, I$  – to wartości skuteczne napięcia i prądu.

Czasowy wykres zmian mocy w cewce pokazany jest na rys. 9b. Moc ta przyjmuje wartości dodatnie i ujemne oraz zmienia się w czasie z częstotliwością podwójną w stosunku do częstotliwości prądu i napięcia. Oznacza to, że idealna cewka w pewnym przedziale czasu pobiera energię elektryczną ze źródła, w innym zaś – oddaje tę energię do źródła. W przedziale czasu, w którym chwilowa wartość prądu wzrasta, energia jest zużywana na wytworzenie pola magnetycznego (cewka magazynuje energię). W przedziale czasu, w którym wartość prądu maleje, zmagazynowana w polu magnetycznym energia jest oddawana z cewki do źródła. Moc związana z przepływem prądu przez cewkę idealną nazywana jest **mocą bierną indukcyjną** i w odniesieniu do wartości skutecznych wyraża się zależnością:

$$Q_L = U_L \cdot I = X_L \cdot I^2 = \frac{U_L^2}{X_L}$$

Jednostką mocy biernej indukcyjnej jest var [var].

Z powyższych rozważań dotyczących cewki idealnej w obwodzie prądu sinusoidalnego, z analizy przebiegów czasowych i wykresu wektorowego wynikają ważne właściwości elementu o indukcyjności  $L$  zasilanego prądem sinusoidalnym:

- 1) **Cewka indukcyjna wprowadza przesunięcie fazowe pomiędzy prądem i napięciem  $\varphi = \pi/2[\text{rad}] = 90^\circ$ , a prąd cewki opóźnia się względem napięcia** (lub inaczej: napięcie wyprzedza prąd) – rys. 9c.
- 2) **Cewka jest elementem magazynującym energię w polu magnetycznym** podczas narastania prądu. Energia ta jest zwracana do obwodu podczas zmniejszania się lub zanikania prądu. Wartość zmagazynowanej energii wyraża się wzorem:

$$W_L = \frac{L \cdot i^2}{2}$$

- 3) Miarą oporu stawianego przepływowi prądu przez cewkę jest reaktancja indukcyjna cewki:

$$X_L = \omega L = 2\pi fL.$$

- 4) Obecność indukcyjności w obwodzie zmniejsza gwałtowność (szybkość) zmian prądu.

### **Kondensator idealny o pojemności $C$ w obwodzie prądu sinusoidalnego**

Rysunek 10a przedstawia obwód prądu przemiennego zawierający element odbiorczy-kondensator idealny, charakteryzujący się pojemnością  $C$ .

Wraz ze zmianą napięcia na okładzinach kondensatora zmienia się jego ładunek elektryczny. Przyrost ładunku elektrycznego  $\Delta q$  w bardzo małym przedziale czasu  $\Delta t$  jest równy iloczynowi prądu  $i$  oraz czasu  $\Delta t$ :

$$\Delta q = i \cdot \Delta t.$$

Równocześnie wartość chwilowa ładunku zmagazynowanego w kondensatorze wynosi:

$$q = C \cdot u_C$$

Przy wzroście napięcia o  $\Delta u_C$  na okładzinach kondensatora przyrost ładunku kondensatora wyniesie:

$$\Delta q = C \cdot \Delta u_C$$

Wartość chwilową prądu w obwodzie z kondensatorem można wyznaczyć na podstawie przyrostu ładunku i przyrostu napięcia.

Otrzymuje się wówczas wzór: 
$$i = \frac{\Delta q}{\Delta t} = C \cdot \frac{\Delta u_C}{\Delta t}.$$

Oznacza to, że chwilowa wartość prądu kondensatora jest wprost proporcjonalna do pojemności  $C$  kondensatora oraz do szybkości zmian napięcia  $\Delta u_C / \Delta t$  przyłożonego do okładzin kondensatora.

Jeżeli do okładzin kondensatora doprowadzi się napięcie sinusoidalne:

$$u_C(\omega t) = U_{Cm} \cdot \sin \omega t,$$

to prąd płynący w rozpatrywanym obwodzie jest przesunięty w fazie w stosunku do napięcia i wyprzedza napięcie o kąt  $\varphi = \pi/2$  [rad] =  $90^\circ$  (rys. 10b).

Przebieg zmienności prądu w powyższym obwodzie można wyrazić równaniem:

$$i = I_m \cdot \sin \left( \omega t + \frac{\pi}{2} \right)$$

Amplituda prądu  $I_m$  jest związana z amplitudą napięcia zależnością:

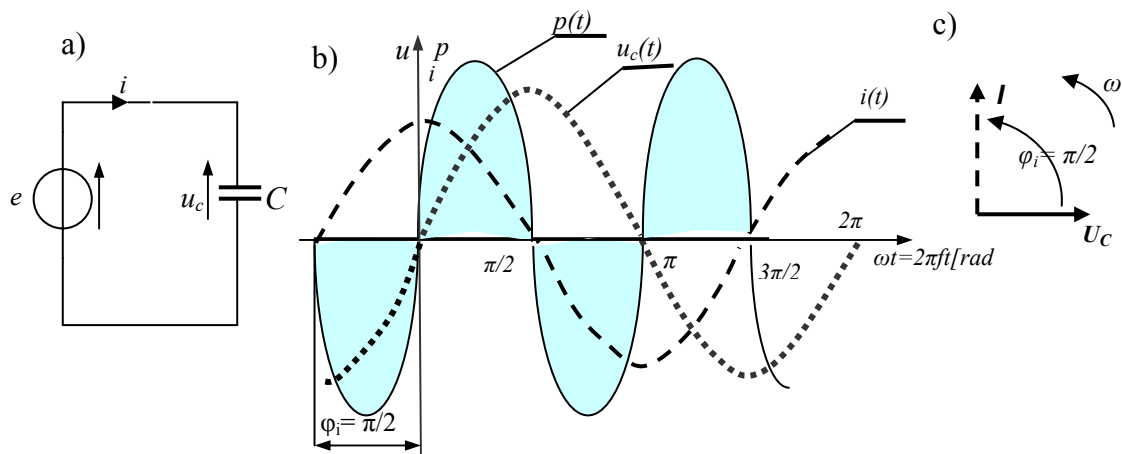
$$I_m = U_{Cm} \cdot \omega C = U_{Cm} \cdot 2\pi f C \quad \text{lub} \quad U_{Cm} = \frac{I_m}{\omega C}$$

Dwa powyższe równania wyrażają prawo Ohma dla kondensatora w odniesieniu do wartości amplitud prądu i napięcia. Analogicznie można zapisać je w odniesieniu do wartości skutecznych:

$$I = \frac{U_c}{X_C} = U_C \cdot 2\pi f C$$

Wielkość  $\frac{1}{\omega C}$  nazywa się **reaktancją pojemnościową** kondensatora i oznacza się ją jako:

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C}. \text{ Jednostką reaktancji pojemnościowej jest } \Omega.$$



Rys. 10. a) Obwód prądu przemiennego z odbiornikiem w postaci idealnego kondensatora C, b) przebiegi napięć, prądu i mocy w układzie, c) wykres wektorowy prądu i napięcia

Rysunek 4.10c przedstawia wykres wektorowy napięcia i prądu kondensatora, odpowiadający przebiegom czasowym pokazanym na rys. 10b.

Wartość chwilowa mocy na kondensatorze jest iloczynem wartości chwilowej prądu i napięcia:

$$p = u_C \cdot i = U_{Cm} \sin \omega t \cdot I_m \sin \left( \omega t + \pi/2 \right) = U_{Cm} I_m \sin \omega t \cdot \cos \omega t = U_C \cdot I \cdot \sin 2\omega t$$

gdzie:  $U_C, I$  to wartości skuteczne napięcia i prądu.

Przebieg zmian wartości chwilowej mocy również pokazany jest na rys. 10b. Moc pobierana przez kondensator zmienia swoją wartość z podwójną częstotliwością w stosunku do częstotliwości zmian prądu i napięcia (rys. 10b), podobnie jak moc pobierana przez idealną cewkę. Energia elektryczna oscyluje między źródłem energii a rozpatrywanym kondensatorem. Kondensator pobiera energię z obwodu, gdy napięcie wzrasta, a oddaje ją do obwodu, gdy napięcie maleje.

Oddawanie i pobieranie energii przez kondensator jest jednak przesunięte w czasie w stosunku do przedziałów czasu, w których energię pobiera i oddaje cewka. W przedziale czasu, w którym kondensator pobiera energię z obwodu, cewka ją oddaje do obwodu i na odwrót. W obwodach z kondensatorami **energia pobierana przez kondensatory magazynowana jest w polu elektrycznym**. Wartość chwilowa energii zmagazynowanej przez kondensator wyraża się równaniem:

$$W_C = \frac{C \cdot u_C^2}{2}$$

Moc związana z przepływem prądu przez kondensator jest **mocą bierną pojemnościową** i w odniesieniu do wartości skutecznych wyraża się równaniem:

$$Q_C = U_C \cdot I = X_C \cdot I^2 = \frac{U_C^2}{X_C}$$

Jednostką mocy biernej pojemnościowej jest **war [var]**.

Z powyższych rozważań dotyczących kondensatora idealnego w obwodzie prądu sinusoidalnego, z analizy przebiegów czasowych i wykresu wektorowego wynikają ważne właściwości dla kondensatora o pojemności  $C$  zasilanego prądem sinusoidalnym:

1) Kondensator wprowadza przesunięcie fazowe pomiędzy prądem i napięciem  $\psi = \pi/2[\text{rad}] = 90^\circ$ , przy czym prąd kondensatora wyprzedza napięcie (lub inaczej: napięcie opóźnia się względem prądu) – rys. 10c.

2) Miarą oporu stawianego przepływowi prądu przez kondensator jest jego reaktancja pojemnościowa:

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C}$$

3) Kondensator jest elementem magazynującym energię w polu elektrycznym dielektryka podczas narastania napięcia. Zmagazynowana energia jest zwracana do obwodu podczas zmniejszania się lub zanikania napięcia. Wartość chwilowa zmagazynowanej energii wyraża się wzorem:

$$W_C = \frac{C \cdot u_C^2}{2}$$

5) Obecność kondensatora w obwodzie zmniejsza szybkość (gwałtowność) zmian napięcia na zaciskach, do których jest dołączony kondensator.

### Prawa Kirchhoffa w obwodach prądu przemiennego (AC)

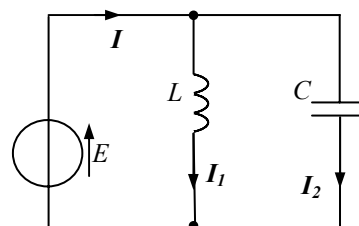
W analizie obwodów prądu stałego bardzo często stosowaliśmy prawa Kirchhoffa. Prawa te nie mogą być wprost, analogicznie stosowane w odniesieniu do obwodów prądu przemiennego. Suma dwóch prądów lub napięć sinusoidalnych o różnych kątach fazowych zależna jest od wartości tych kątów. Oznacza to, że w przypadku obwodów prądu zmiennego nie możemy sumować algebraicznie prądów zmierzonych za pomocą amperomierzy dla określenia innego prądu.

Dla wyznaczenia wartości skutecznej prądu źródłowego  $I$  w układzie jak na rys. 11, błędem byłoby obliczenie prądu z równania:

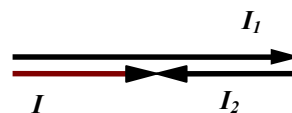
$$I = I_1 + I_2$$

analogicznie jak w obwodzie prądu stałego.

Dlaczego tak się dzieje? Odpowiedź daje tu analiza przebiegów czasowych lub wykresu wektorowego tych prądów i graficzne obliczenie wartości sumy tych prądów (rys. 12). Okazuje się, że tylko suma geometryczna wskazów prądów  $I_1$ ,  $I_2$  daje prąd  $I$ . Czy oznacza to, że prawa Kirchhoffa nie są słusznymi w obwodzie prądu przemiennego?



Rys. 11. Obwód równoległy LC prądu sinusoidalnego

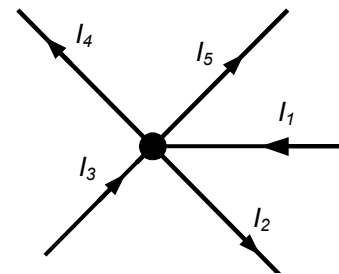


Rys. 12. Przykład wykresu wektorowego dla obwodu równoległego LC

**Prawa te słuszne są w odniesieniu do wartości chwilowych prądu i napięcia.**

**Pierwsze prawo Kirchhoffa** dotyczy prądów w węźle obwodu prądu zmiennego. Można je sformułować następująco: **dla każdego węzła obwodu prądu zmiennego suma algebraiczna wartości chwilowych prądów jest równa zero.**

Na przykład w węźle przedstawionym na rys. 13 możemy zapisać równanie prądów zgodnie z zasadami przyjętymi w obwodzie prądu stałego (prądy dopływające do węzła – dodatnie, odpływające – ujemne):  $i_1 - i_2 + i_3 - i_4 - i_5 = 0$ .



Rys. 13. Wyodrębniony węzeł obwodu

**Drugie prawo Kirchhoffa**, dotyczące bilansu napięć w oczku obwodu elektrycznego, można sformułować następująco: **w dowolnym oczku obwodu elektrycznego prądu zmiennego suma algebraiczna chwilowych wartości napięć źródłowych jest równa sumie wartości chwilowych napięć na elementach R, L, C występujących w rozpatrywanym oczku.**

Prąd  $I$  w obwodzie na rys. 4.11 można określić na podstawie wartości prądów  $I_1$  i  $I_2$  po narysowaniu wykresu wektorowego i po znalezieniu sumy wektorów, jak na rys. 4.12. Analogicznie należy postępować w przypadku napięć w oczku obwodu elektrycznego prądu zmiennego. Oznacza to, że **dla wyznaczenia prądów lub napięć w obwodzie prądu zmiennego na podstawie ich wartości skutecznych w innych gałęziach obwodu należy prowadzić sumowanie geometryczne (wektorowe) tych wielkości, uwzględniając przesunięcia fazowe pomiędzy prądem i napięciem wprowadzane przez elementy RLC.**

#### 4.2.2. Pytania sprawdzające

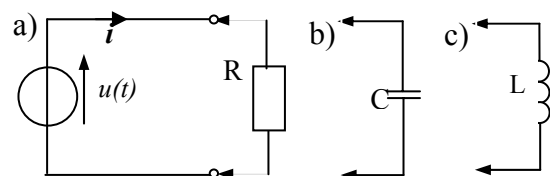
Odpowiadając na pytania, sprawdzisz, czy jesteś przygotowany do wykonania ćwiczeń.

1. Jakie są właściwości rezystora w obwodzie prądu sinusoidalnego?
2. Jakie są właściwości cewki indukcyjnej w obwodzie prądu sinusoidalnego i jakie są przebiegi czasowe oraz jaki jest wykres wektorowy prądu i napięcia dla cewki?
3. Jakie są właściwości i przebiegi czasowe, wykresy wektorowe prądu i napięcia dla kondensatora przy prądzie  $i = I_m \sin \omega t$ ?
4. Jakimi wzorami opisywane reaktancje cewki i kondensatora?
5. Jak wyraża się prawo Ohma w odniesieniu do rezystora, cewki, kondensatora w obwodzie zasilanym prądem sinusoidalnym?

#### 4.2.3. Ćwiczenia

##### Ćwiczenie 1

Przeanalizuj pracę obwodu przedstawionego na rys. 14, zasilanego ze źródła napięcia  $u(t) = 315 \cdot \sin \omega t$  i o częstotliwości  $f = 50$  Hz, dla przypadków obciążenia: a)  $R = 100 \Omega$ , b)  $C = 10 \mu F$ , c)  $L = 0,5$  H.



Rys. 14. Schemat obwodu do ćwiczenia 1

Sposób wykonania ćwiczenia

Aby wykonać ćwiczenie powinieneś dla przypadków obciążenia a, b, c:

- 1) obliczyć amplitudę i wartość skuteczną prądu pobieranego ze źródła,
- 2) narysować przebiegi czasowe napięcia i prądu oraz ich wykresy wektorowe,
- 3) obliczyć wartości mocy czynnej, biernej i pozornej pobieranej ze źródła.

## Ćwiczenie 2

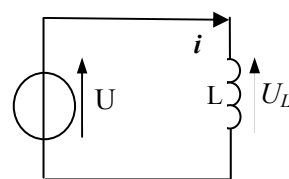
W obwodzie przedstawionym na rys. 15 znamy: napięcie źródła  $U = 230 \text{ V}$ , częstotliwość  $f = 50 \text{ Hz}$ , indukcyjność  $L = 1 \text{ H}$ . Poprawne wartości mocy wydzielanej w obwodzie to:

- a)  $P = 0 \text{ W}$ ,  $Q = 168 \text{ var}$ ,  $S = 168 \text{ V}\cdot\text{A}$ ; b)  $P = 168 \text{ W}$ ,  $Q = 0 \text{ var}$ ,  $S = 168 \text{ V}\cdot\text{A}$ ;  
c)  $P = 0 \text{ W}$ ,  $Q = 168 \text{ var}$ ,  $S = 0 \text{ VA}$ .

Sposób wykonania ćwiczenie

Aby wykonać ćwiczenie powinieneś:

- wykorzystać informacje zamieszczone w punkcie 4.2.1, wykonać obliczenia korzystając z prawa Ohma dla cewki o indukcyjności  $L$ ,
- obliczyć wartości mocy prądu przemiennego (pkt.4.1.1),



Rys. 15. Źródło napięcia obciążone dwójnikiem  $L$

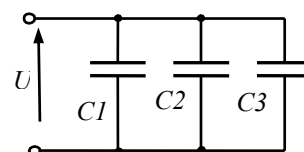
## Ćwiczenie 3

Trzy kondensatory połączono jak na rys. 16. Przez który z nich popłynie największy prąd, jeśli  $C_1 = 10 \text{ nF}$ ,  $C_2 = 1 \text{ }\mu\text{F}$ ,  $C_3 = 10^3 \text{ pF}$ .

Sposób wykonania ćwiczenie

Aby wykonać ćwiczenie powinieneś:

- wyrazić pojemności kondensatorów w jednakowych jednostkach, uszeregować kondensatory według pojemności,
- oszacować która z reaktancji jest najmniejsza,
- zapisać wzory na prądy (prawa Ohma) dla kondensatorów, podstawić dane i wybrać odpowiedź.



Rys. 16. Trzy kondensatory połączone równolegle

## Ćwiczenie 4

Wykonaj pomiary pojemności kondensatorów metodami bezpośrednią i techniczną.

Sposób wykonania ćwiczenie

Aby wykonać ćwiczenie powinieneś:

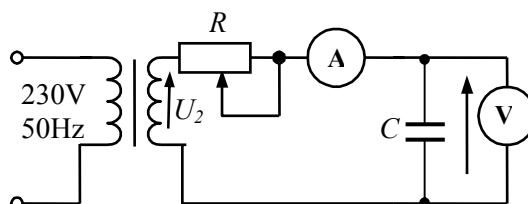
- wykonać pomiary pojemności kondensatorów metodą bezpośrednią z użyciem miernika do pomiaru pojemności lub mostka pomiarowego. W tabeli 1 zanotować wyniki pomiarów oraz wartości pojemności znamionowej i napięcia znamionowego kondensatorów badanych,

Tabela 1					
nr C.	$C_N[\mu\text{F}]$	$U_N[\text{V}]$	$C_{ZM}[\mu\text{F}]$	$\Delta_C = C_{ZM} - C_N$	$\delta_C[\%] = (\Delta_C / C_N) \cdot 100$
C1					
C2					
C3					

- obliczyć wartość różnicy pojemności uzyskanej z pomiaru  $C_{ZM}$  i pojemności znamionowej  $C_N$ :  $\Delta_C = C_{ZM} - C_N = \dots$ ; ocenić czy względna wartość odchyłki  $\delta_C[\%] = \left(\frac{\Delta_C}{C_N}\right) \cdot 100\%$  mieści się

w granicach tolerancji podanych dla danego typu kondensatora?

- wykonać pomiary pojemności kondensatorów metodą techniczną w obwodzie przedstawionym na rys. 17, wyniki zamieścić w tabeli 2.



Rys. 17. Układ do pomiaru pojemności kondensatora metodą techniczną

(pojemność kondensatora obliczamy ze wzoru na jego reaktancję:  $X_C = \frac{1}{2\pi fC}$ ); porównać wyniki

uzyskane metodami bezpośrednią i techniczną,

4) narysować wykres wektorowy prądu i napięcia w obwodzie.

Wyposażenie stanowiska pracy:

- woltomierze i amperomierze napięcia przemiennego,
- mierniki pojemności kondensatorów,
- rezystory regulacyjne 100  $\Omega$ , 1 A,
- transformatory sieciowe obniżające napięcie do poziomu 24–50 V.
- kondensatory nielektrolityczne o pojemności od 10 do kilkudziesięciu  $\mu\text{F}$ ,  $U_N > 100\text{V}$ .

nr C	I[A]	U[V]	$X_C[\Omega]=U/I$	C[ $\mu\text{F}$ ]
C1				
C2				
C3				

### Ćwiczenie 5

Zbuduj układ złożony z równolegle połączonych opornika  $R \approx 200 \Omega$  oraz kondensatora nielektrolitycznego o pojemności  $C \approx 10 \mu\text{F}$ , zasilany napięciem sinusoidalnym przez transformator sieciowy o napięciu wtórnym około 24 V. Zmierz prądy w gałęziach obwodu. Opracuj wyniki zgodnie z propozycjami w sposobie wykonania ćwiczenia.

Sposób wykonania ćwiczenie

Aby wykonać ćwiczenie powinieneś:

- 1) narysować schemat obwodu, oznaczyć elementy i wpisać ich parametry,
- 2) wykonać pomiary i zanotować wartości skuteczne prądów: zasilającego po stronie wtórnej trafo ( $I$ ) i w elementach obwodu ( $I_R$ ,  $I_C$ ) oraz napięcia zasilającego,
- 3) po przyjęciu stosownej skali prądu [A/cm] i napięcia [V/cm] narysować wykres wektorowy dla zmierzonych prądów  $I_R$ ,  $I_C$  oraz napięcia  $U$  przyjmując, że wektorowi napięcia  $U$  oraz prądu  $I_R$  odpowiada kąt  $0^\circ$ , zaś prądowi  $I_C$ , kąt fazowy ( $+90^\circ$ ),
- 4) zsumować wektory  $I_R$ ,  $I_C$ , sprawdzić i zanotować, czy wektor będący ich sumą ma długość zgodną z długością wektora zmierzonego prądu  $I$ , zmierzyć na wykresie kąt fazowy prądu  $I$ ,
- 5) obliczyć amplitudy prądów:  $I_{Rm} = \sqrt{2} \cdot I_R$ ,  $I_{Cm} = \sqrt{2} \cdot I_C$ ,  $I_m$ , zapisać zależności opisujące przebiegi czasowe tych prądów.

Wyposażenie stanowiska pracy:

- opornik o regulowanej rezystancji (100–300)  $\Omega$ , kondensator  $C \approx 10 \mu\text{F}$ ,  $U_N > 100 \text{V}$ ,
- transformator sieciowy 230 V/24 V,  $S \geq 30 \text{V} \cdot \text{A}$  (źródło napięcia sinusoidalnego),
- woltomierz napięcia przemiennego,
- notatnik

### 4.2.4. Sprawdzian postępów

**Czy potrafisz:**

- |   | <b>Tak</b>               | <b>Nie</b>               |
|---|--------------------------|--------------------------|
| 1) narysować wykresy czasowe i wektorowe prądu i napięcia rezystora?              | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 2) wyjaśnić co to jest reaktancja cewki?  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 3) wyjaśnić co to jest reaktancja kondensatora?                                   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 4) narysować wykresy czasowe i wektorowe prądu i napięcia cewki?                  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 5) narysować wykresy czasowe i wektorowe prądu i napięcia kondensatora?           | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 6) zastosować prawo Ohma dla rezystora w obwodzie prądu sinusoidalnego?           | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 7) zastosować prawa Ohma dla cewki, kondensatora w obwodzie prądu sinusoidalnego? | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 8) zmierzyć pojemność kondensatora?   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

## 4.3. Obwody szeregowe i równoległe RLC

### 4.3.1. Materiał nauczania

#### Obwody z szeregowo łącznie elementami RLC

Właściwości pojedynczych idealnych elementów R, L, C zostały omówione powyżej. Mając do dyspozycji trzy elementy, możemy wyróżnić następujące rodzaje obwodów szeregowych:

- obwód R i L,
- obwód R i C,
- obwód L i C,
- obwód R, L i C.

Rozważmy tu przypadek ogólny: szeregowe połączenie rezystora, cewki i kondensatora w obwodzie zasilanym prądem sinusoidalnym. Schemat analizowanego obwodu przedstawiony jest na rys. 18. Dla uproszczenia rozważań zakłada się, że prąd w obwodzie opisany jest równaniem:

$$i(t) = I_m \cdot \sin \omega t$$

Z wcześniejszych rozważań wiemy, że:

- **rezystor nie wprowadza przesunięcia fazowego pomiędzy prądem i napięciem.**

Zgodnie z tym i prawem Ohma, spadek napięcia  $U_R$  możemy wyrazić równaniem:

$$u_R = I_m \cdot R \cdot \sin \omega t = U_{Rm} \cdot \sin \omega t$$

gdzie:  $U_{Rm} = I_m \cdot R$  – amplituda napięcia  $u_R$ .

- **cewka idealna wprowadza opóźnienie prądu względem napięcia o kąt fazowy równy**

$\frac{\pi}{2} [rad] = 90^\circ$ . Oznacza to, że przebieg napięcia na cewce o reaktancji:  $X_L = \omega L = 2\pi fL$

można wyrazić równaniem:  $u_L = I_m \cdot X_L \cdot \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$

Napięcie  $u_L$  wyprzedza tu prąd o kąt fazowy  $\frac{\pi}{2} [rad] = 90^\circ$ .

Iloczyn  $I_m \cdot X_L = U_{Lm}$  – to amplituda napięcia na cewce.

- **kondensator idealny, przez który przepływa prąd sinusoidalny wprowadza opóźnienie napięcia względem prądu o kąt fazowy  $\frac{\pi}{2} [rad] = 90^\circ$  i napięcie możemy wyrazić**

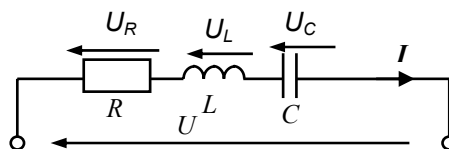
równaniem:

$$u_C = I_m \cdot X_C \cdot \sin(\omega t - \frac{\pi}{2})$$

gdzie:  $I_m \cdot X_C = U_{Cm}$  – amplituda napięcia na kondensatorze.

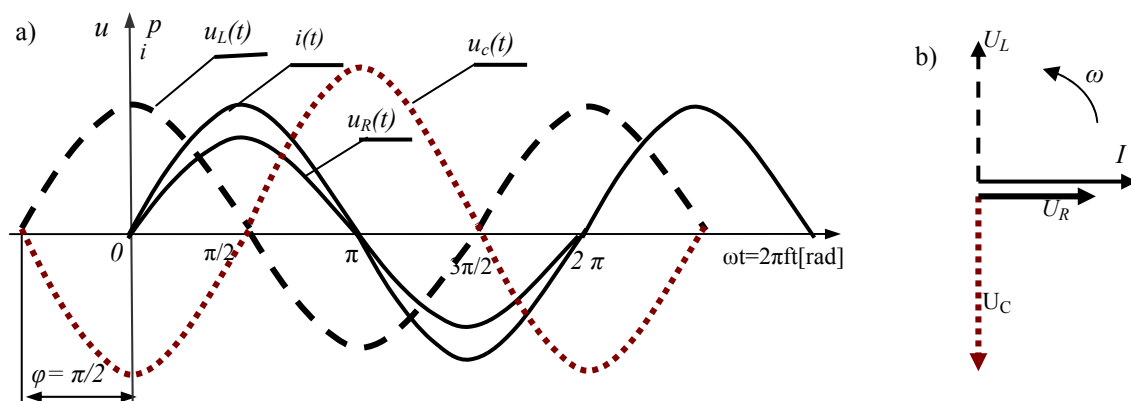
Przebiegi czasowe napięć i prądów w obwodzie rys. 18 przedstawione są na rys. 19a. Zgodnie z II prawem Kirchhoffa dla wartości chwilowych napięć w obwodzie jak na rys. 18 otrzymamy równanie opisujące przebieg zmienności napięcia  $u(t)$  zasilającego obwód:

$$u(\omega t) = U_{Rm} \sin \omega t + U_{Lm} \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) + U_{Cm} \sin(\omega t - \frac{\pi}{2})$$



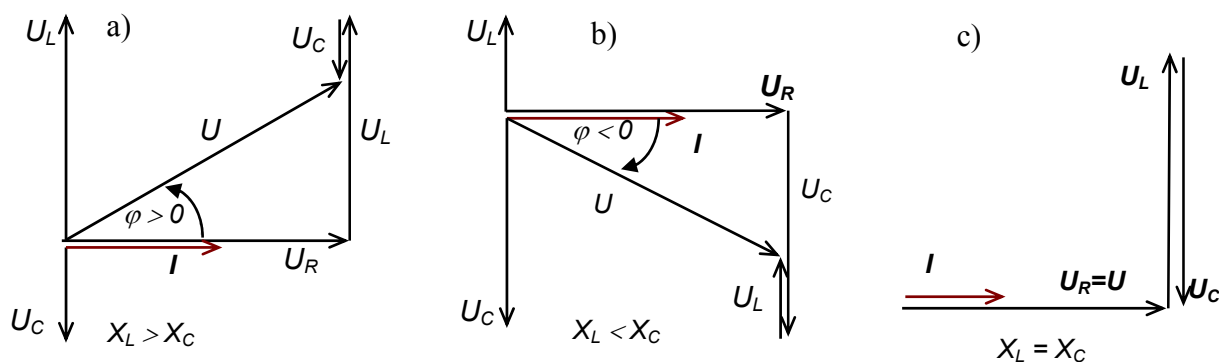
Rys. 18. Szeregowy obwód RLC





**Rys. 19.** a) Przebiegi czasowe napięć i prądu dla obwodu szeregowego RLC, b) wykres wektorowy napięć i prądu odpowiadający rys. a

Wykres zmienności napięcia  $u(\omega t)$  jest również sinusoidą, lecz wykreślenie przebiegu tego napięcia na podstawie przebiegów napięć  $u_R$ ,  $u_L$ ,  $u_C$  jest pracochłonne. Łatwiej jest narysować przebieg napięcia  $u(\omega t)$ , gdy skorzystamy z reprezentacji wektorowej napięć. Rysunek 20 przedstawia wykresy wektorowe dla trzech przypadków pracy obwodu szeregowego RLC w odniesieniu do wartości skutecznych przebiegów prądu i napięć.



**Rys. 20.** Wykresy wektorowe prądu i napięć dla trzech przypadków pracy obwodu szeregowego RLC

Rys. 20a:  $X_L > X_C$  obwód o charakterze indukcyjnym; prąd opóźniony względem napięcia o kąt ( $0 < \varphi \leq 90^\circ$ ).

Rys. 20b:  $X_C > X_L$  obwód o charakterze pojemnościowym; napięcie opóźnione względem prądu o kąt ( $0 > \varphi \geq -90^\circ$ ).

Rys. 20c: ( $X_L = X_C$ ) – obwód o charakterze rezystancyjnym (rzeczywistym); napięcie i prąd w zgodnej fazie. Kondensator i cewka kompensują (równoważą) się wzajemnie. Jest to szczególny przypadek pracy obwodu, zwany stanem rezonansu napięć. Z konstrukcji geometrycznych, jakimi są wykresy wektorowe przedstawione na rys. 20 można obliczyć wartość skuteczną napięcia w obwodzie, korzystając z twierdzenia Pitagorasa.

Po uwzględnieniu prawa Ohma dla każdego z elementów uzyskamy równanie:

$$U = \sqrt{I^2 R^2 + I^2 (X_L - X_C)^2}$$

Równanie to wyraża wartość skuteczną napięcia zasilającego obwód.

Po wyciągnięciu prądu  $I$  spod znaku pierwiastka i po podzieleniu obu stron równania przez  $I$  otrzymamy wyrażenie:

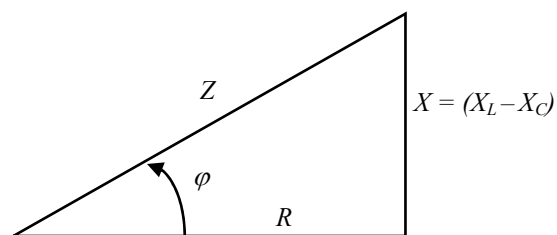
$$Z = \frac{U}{I} = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

Wielkość:  $Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$  – nazywamy impedancją lub opornością pozorną obwodu szeregowego RLC.

Analizując równania wyrażające napięcie i impedancję obwodu RLC nietrudno zauważyć, że analogiczną konstrukcją geometryczną do przedstawionej na rys. 20 można narysować dla impedancji i reaktancji zawartych w wiążącym je równaniu.

Konstrukcja taka dla obwodu o charakterze indukcyjnym przedstawiona jest na rys. 21 i nazywa się trójkątem impedancji. Przy rysowaniu trójkąta impedancji nie stosujemy strzałek, jak dla wektorów symbolizujących napięcie i prąd.

**Zarówno z wykresu wektorowego napięć i prądu, jak i z trójkąta impedancji możemy określać wartość kąta przesunięcia fazowego pomiędzy prądem i napięciem.**



Rys. 21. Trójkąt impedancji dla obwodu szeregowego RLC o charakterze indukcyjnym

Posłużymy się tu znanymi definicjami funkcji trygonometrycznych (dla rys. 20a.):

$$\cos \varphi = \frac{U_R}{U} = \frac{R}{Z} \quad \sin \varphi = \frac{(U_L - U_C)}{U} = \frac{(X_L - X_C)}{Z}$$

Znając kąt fazowy napięcia  $u$  oraz wartość skuteczną napięcia  $U$  możemy zapisać równanie opisujące przebieg zmienności napięcia  $u(\omega t)$  na zaciskach obwodu rys. 18:

$$u(\omega t) = U_m \cdot \sin(\omega t + \varphi)$$

gdzie:  $U_m = U \cdot \sqrt{2}$  – amplituda napięcia,  $\varphi$  – kąt fazowy napięcia, który zależnie od charakteru obwodu może przyjmować wartości dodatnie lub ujemne na rys. 20.

### Podsumowanie:

Przedstawione wyniki rozważań dla obwodu nierozgałęzionego z szeregowym połączeniem elementów R, L, C można zastosować do wszystkich możliwych przypadków obwodów, w których nie występuje jeden z elementów.

Otrzymamy wówczas prostsze obwody, w których mogą wystąpić:

– szeregowe połączenie elementów R, L; impedancja dwójnika RL wynosi  $Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$ ; prąd

$$I = \frac{U}{Z}; \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{X_L}{R}; \quad 0 < \varphi < 90^\circ \text{ – prąd opóźnia się względem napięcia.}$$

– szeregowe połączenie elementów R, C: impedancja  $Z = \sqrt{R^2 + X_C^2}$ ;  $I = \frac{U}{Z}$ ;  $\operatorname{tg} \varphi = \frac{-X_C}{R}$ ;

$-90^\circ < \varphi < 0$  – prąd wyprzedza napięcie,

– szeregowe połączenie elementów L, C: impedancja  $Z = \sqrt{(X_L - X_C)^2} = |X_L - X_C|$ ;

$$I = \frac{U}{Z}; \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{(X_L - X_C)}{0} \rightarrow \pm \infty; \quad \varphi = \pm 90^\circ \text{ – w zależności od znaku różnicy } (X_L - X_C).$$

W praktyce możemy spotkać się z różnymi przypadkami obwodów z elementami R, L, C.

Na szczególną uwagę zasługuje obwód RLC w granicznym przypadku gdy  $X_L = X_C$ .

Taki stan obwodu nazywa się stanem rezonansu napięć o czym jest mowa poniżej.

## Obwody z równolegle łączonymi elementami RLC

Jeśli do obwodu z elementami RLC przedstawionego na rys. 22. doprowadzimy napięcie sinusoidalne  $u(t) = U_m \sin \omega t$ , to w każdej z gałęzi popłynie niezależny prąd wymuszony przez to napięcie. Ponieważ napięcie  $u(t)$  jest wspólne dla wszystkich gałęzi, więc na podstawie wcześniejszych rozważań dla pojedynczych elementów R,L,C możemy zapisać równania dla wartości chwilowych prądów:

$$i_R = \frac{U}{R} \sin \omega t - \text{prąd rezystora w zgodnej fazie z napięciem,}$$

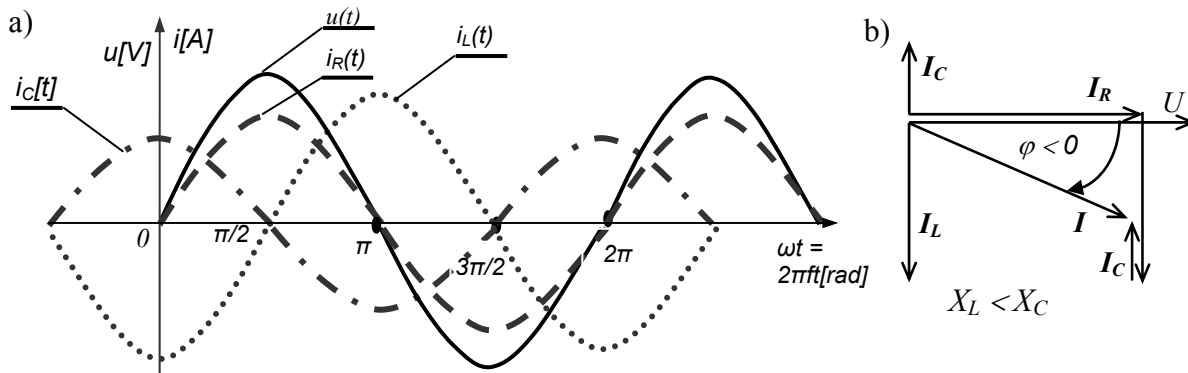
$$i_L = \frac{U}{X_L} \sin(\omega t - \frac{\pi}{2}) - \text{prąd cewki opóźniony względem napięcia o } \left(\frac{\pi}{2}\right) \text{ rad} = 90^\circ,$$

$$i_C = \frac{U}{X_C} \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) - \text{prąd kondensatora wyprzedza napięcie o } \left(\frac{\pi}{2}\right) \text{ rad.}$$

Zgodnie z I prawem Kirchhoffa dla wartości chwilowych prądów możemy zapisać równanie wyrażające wartość chwilową prądu i:

$$i = i_R + i_L + i_C = \frac{U}{R} \sin \omega t + \frac{U}{X_L} \sin(\omega t - \frac{\pi}{2}) + \frac{U}{X_C} \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$$

Przykładowe przebiegi czasowe oraz wykresy wektorowe napięcia i prądów w obwodzie równoległym RLC pokazane są na rys. 23.

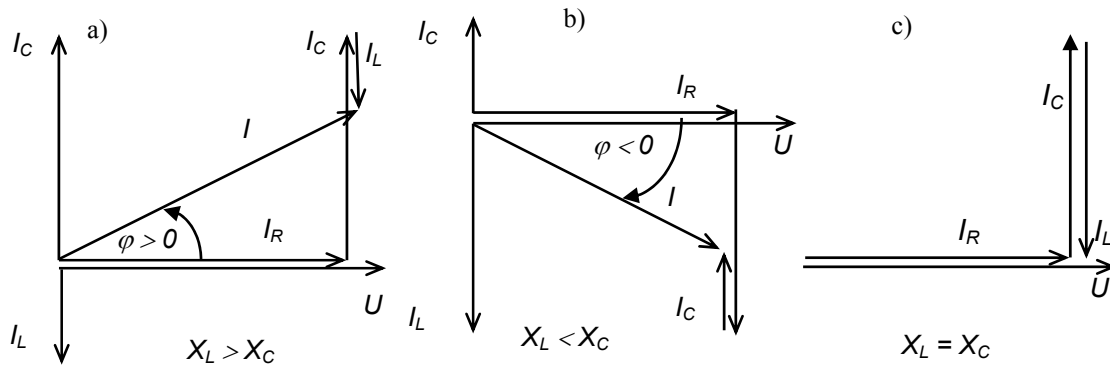


Rys. 23. a) Przebiegi czasowe napięcia i prądów w obwodzie równoległym RLC  
b) wykres wektorowy napięcia i prądów odpowiadający przebiegom czasowym rys. a

Na rys. 23a nie wykreślono przebiegu czasowego prądu ( $i$ ) zasilającego obwód, gdyż wyznaczenie jego amplitudy i przesunięcia fazowego względem napięcia na podstawie przebiegów czasowych prądów składowych jest zadaniem pracochłonnym i mało dokładnym. Łatwiej i dokładniej wyznaczmy prąd ( $i$ ) wykonując działania na wektorach.

Wykresy wektorowe symbolizujące prądy i napięcia dla trzech przypadków pracy obwodu równoległego RLC (rys. 22) przedstawione są na rys. 24.

Wartość skuteczną prądu  $I$  oraz jego kąt fazowy otrzymuje się sumując wektory symbolizujące prądy  $I_R$ ,  $I_L$ ,  $I_C$ .



Rys. 24. Wykresy wektorowe napięcia i prądów obwodu równoległego RLC dla trzech przypadków  $X_L$ ,  $X_C$ .

Korzystając z twierdzenia Pitagorasa wartość skuteczną prądu  $I$  możemy wyrazić równaniem:

$$I^2 = \sqrt{I_R^2 + (I_C - I_L)^2}$$

Wyrażając wartości prądów w gałęziach za pomocą prawa Ohma otrzymamy równania:

$$I_R = \frac{U}{R} = U \cdot G \quad I_C = \frac{U}{X_C} = U \cdot B_C \quad I_L = \frac{U}{X_L} = U \cdot B_L$$

gdzie:  $G = 1/R$  – konduktancja rezystora,  $B_L = 1/X_L$ ,  $B_C = 1/X_C$  – **susceptancje** indukcyjna i pojemnościowa. Wówczas prąd  $I$  wyraża się równaniem:  $I = U \cdot \sqrt{G^2 + (B_C - B_L)^2}$

Równanie to wyraża prawo Ohma dla obwodu równoległego RLC w odniesieniu do wartości skutecznych prądu i napięcia. Po podzieleniu powyższego równania obustronnie przez napięcie  $U$  otrzymamy wzór na wartość admittancji obwodu równoległego RLC:

$$Y = \sqrt{G^2 + (B_C - B_L)^2}$$

**Wielkości:**  $Y$  – nazywa się **admittancją** lub **przewodnością pozorną** obwodu równoległego RLC,

$B = B_C - B_L = \frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L}$  – nazywa się **susceptancją**

**równoległe połączonych kondensatora i cewki.**

Amplituda prądu (wartość maksymalna) wynosi:

$$I_m = \sqrt{2} \cdot I$$

Zależność opisująca zmienność czasową prądu posiada postać:

$$i = I_m \sin(\omega t + \varphi),$$

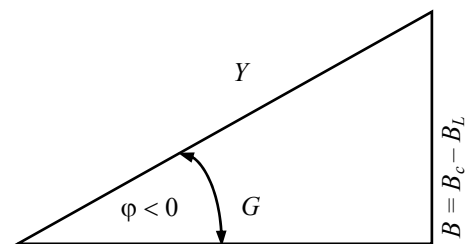
gdzie kąt przesunięcia fazowego  $\varphi$  pomiędzy napięciem i prądem wynosi:  $(-90^\circ \leq \varphi \leq 90^\circ)$ , zależnie od charakteru

obwodu (L, C lub R). Jeśli porównamy wyrażenia dla prądu i admittancji, nietrudno zauważyć, że podobną konstrukcją jak dla prądu można zbudować dla admittancji. Taką prezentacją admittancji przedstawia jej trójkąt pokazany na rys. 25 dla przypadku obwodu o charakterze pojemnościowym.

Obwód równoległy RLC może posiadać charakter:

- pojemnościowy, gdy  $B_C > B_L$  co oznacza  $I_C > I_L$  (rys. 24a),
- indukcyjny, gdy  $B_L > B_C$ ; to oznacza  $I_L > I_C$  (rys. 24b),
- rezystancyjny (rzeczywisty), gdy  $B_L = B_C$  co oznacza  $I_L = I_C$  (rys. 24c).

Przypadek  $B_L = B_C$  to szczególny przypadek pracy obwodu. W takim stanie pracy obwodu zachodzi zjawisko rezonansu prądów, o czym również jest mowa niżej.



Rys. 25. Trójkąt admittancji obwodu równoległego RLC

Analizując równania opisujące pracę obwodu równoległego RLC można obliczać parametry oraz przewidywać zachowanie się różnych przypadków pracy obwodów, np. dwóch elementów połączonych równolegle, co czytelnik powinien wykonać w zaproponowanych ćwiczeniach.

## Zjawisko rezonansu elektrycznego w obwodach elektrycznych

**Rezonans to taki stan pracy obwodu, w którym jego wypadkowa reaktancja lub susceptancja jest równa zero.**

Stan rezonansu może wystąpić w obwodach RLC zarówno szeregowym, jak i równoległym oraz w obwodach bardziej złożonych.

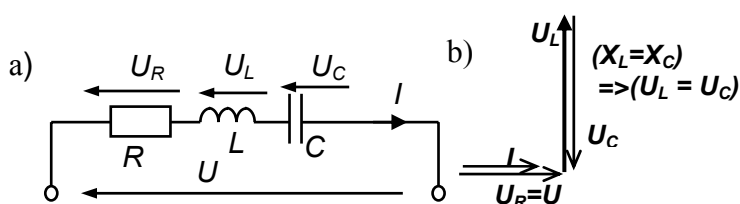
### Rezonans w obwodzie szeregowym RLC – rezonans napięć

Ogólny schemat obwodu szeregowego RLC przedstawiony jest na rys. 26a.

Jeśli rozważymy równania wyrażające impedancję obwodu szeregowego to zgodnie z warunkiem na wstępie warunkiem stanu rezonansu:  $X_L = X_C$  uzyskamy impedancję:

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = R$$

Oznacza to, że **obwód pracujący w stanie rezonansu posiada charakter rezystancyjny**. Wtedy napięcie i prąd na zaciskach rozpatrywanego obwodu są zgodne w fazie. Ilustruje to rys. 26b. Obwód będący w stanie rezonansu nie pobiera ze źródła mocy biernej. Moc bierna indukcyjna jest przeciwnego znaku w stosunku do mocy biernej pojemnościowej i zachodzi tu zjawisko kompensacji mocy biernej.



Rys. 26. a) Szeregowy obwód RLC, b) wykres wektorowy prądu i napięć obwodu w rezonansie

Z warunku rezonansu obwodu szeregowego RLC:  $X_L - X_C = 0$  możemy wyznaczyć wartość częstotliwości, przy której ten warunek zostaje spełniony:  $\omega L = \frac{1}{\omega C} \Rightarrow \omega_o = \frac{1}{\sqrt{LC}}$  – pulsacja

rezonansowa obwodu szeregowego RLC.

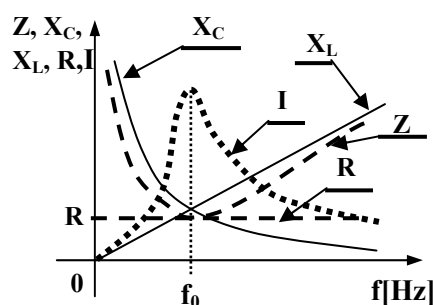
Ponieważ pulsacja  $\omega_o = 2\pi f_o$ , to częstotliwość rezonansową możemy obliczyć z równania:

$$2\pi \cdot f_o = \frac{1}{\sqrt{LC}} \Rightarrow f_o = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

Na rys. 27 przedstawiono wykresy zależności impedancji Z, jej składowych R,  $X_L$ ,  $X_C$  oraz prądu I obwodu szeregowego RLC od częstotliwości  $f$  przyłożonego.

Z przebiegu tych charakterystyk wynika, że:

- w stanie rezonansu napięcie impedancja obwodu osiąga wartość minimalną (rys. 27), w obwodzie idealnym  $Z = 0$ ; może też dojść do sytuacji, w której napięcia na cewce i na kondensatorze mogą wielokrotnie przewyższać wartość napięcia na zaciskach obwodu. Powstają wtedy **przebiegi rezonansowe**, co zilustrowano na rys. 26b.
- prąd obwodu w rezonansie napięć osiąga wartość maksymalną, ograniczaną jedynie wartościami napięcia źródła U i rezystancją R obwodu:  $I = U/R$ ; w obwodzie idealnym LC prąd ten staje się nieskończenie duży.



Rys. 27. Charakterystyki częstotliwościowe zależności impedancji Z, jej składowych R,  $X_L$ ,  $X_C$  oraz prądu I obwodu szeregowego RLC;  $f_o$  – częstotliwość rezonansowa obwodu

## Rezonans w obwodzie równoległym RLC

Rezonans w obwodzie równoległym RLC nazywa się rezonansem prądów. Ogólny schemat obwodu RLC przedstawiony jest na rys. 4.28a.

Jeśli rozważymy równania wyrażające admitancję obwodu równoległego, to zgodnie z podanym na wstępie warunkiem stanu rezonansu:  $B_C = B_L$  uzyskamy:

$$Y = \sqrt{G^2 + (B_C - B_L)^2} = G, \quad G = \frac{1}{R}$$

Oznacza to, że **obwód równoległy w stanie rezonansu posiada charakter rezystancyjny**.

W obwodzie o takim charakterze napięcie i prąd na jego zaciskach są zgodne w fazie.

**Admitancja obwodu równoległego w rezonansie osiąga wartość minimalną** (impedancja  $Z = 1/Y$  osiąga maksimum co ilustruje rys. 29). Prąd dopływający  $I$  również jest minimalny, zależny tylko od wartości napięcia i rezystancji obwodu.

Prądy płynące w cewce i w kondensatorze mogą wielokrotnie przewyższać wartość prądu  $I$  wpływającego do obwodu. Tu należy liczyć się z **przeteżeniami**, które powstają w wyniku wzajemnego przekazywania sobie energii magazynowanej przez cewkę i przez kondensator- prądy  $I_L$ ,  $I_C$  są przesunięte w fazie o  $180^\circ$  (rys. 28b).

Obwód w stanie rezonansu nie pobiera ze źródła mocy biernej. Moc bierna indukcyjna jest przeciwnego znaku w stosunku do mocy biernej pojemnościowej i zachodzi tu zjawisko kompensacji mocy biernej. Z warunku rezonansu obwodu równoległego RLC:  $B_L - B_C = 0$  możemy wyznaczyć wartość częstotliwości, przy której ten warunek zostaje spełniony

$$\omega L = \frac{1}{\omega C} \Rightarrow \omega_o = \frac{1}{\sqrt{LC}} \text{ - pulsacja rezonansowa}$$

obwodu równoległego RLC.

Ponieważ pulsacja  $\omega_o = 2\pi f_o$ , więc częstotliwość rezonansową możemy obliczyć z równania:

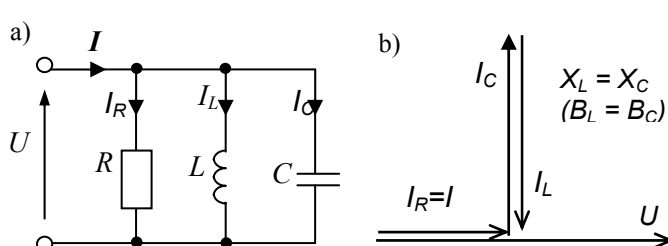
$$2\pi f_o = \frac{1}{\sqrt{LC}} \Rightarrow f_o = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

**W przypadku idealnego (bezstratnego) obwodu szeregowego lub równoległego LC znajdującego się w rezonansie nie jest pobierana moc czynna. Energia raz dostarczana elementom LC powinna utrzymywać się w obwodzie nieskończenie długo, przepływając na przemian pomiędzy nimi z częstotliwością równą częstotliwości rezonansowej obwodu.**

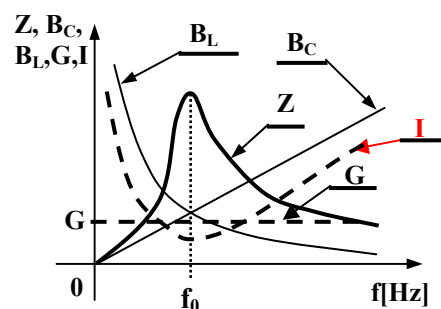
W praktyce energia ta zanika po pewnym czasie na skutek zamiany w energię cieplną w szczytkowych rezystancjach elementów LC.

## Zastosowanie zjawiska rezonansu

Zjawisko rezonansu jest bardzo szeroko wykorzystywane w elektrotechnice i w elektronice. Bardzo ważna do poprawnej pracy urządzeń elektroenergetycznych kompensacja mocy biernej, polega na doprowadzeniu do rezonansu obwodu obciążającego sieć. Zwykle kompensacji podlega moc bierna indukcyjna (pobierana przez silniki elektryczne) przez dołączanie do sieci specjalnych baterii kondensatorów o dobranej pojemności.

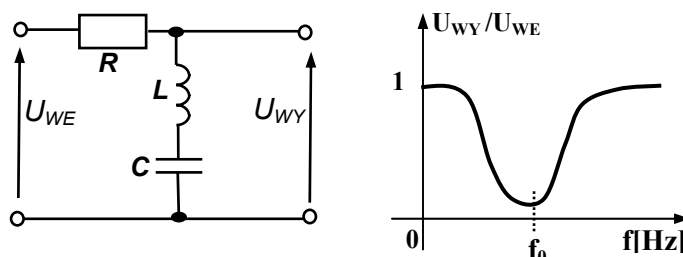


Rys. 28. a) Obwód równoległy RLC, b) wykres wektorowy dla rezonansu prądów



Rys. 29. Charakterystyki zależności impedancji  $Z$ , składowych admitancji:  $G$ ,  $B_L$ ,  $B_C$  oraz prądu  $I$  obwodu równoległego RLC od częstotliwości

Bez obwodów rezonansowych i zjawiska rezonansu nie mogą funkcjonować układy nadajników i odbiorników radiokomunikacyjnych. Wybór stacji radiowej lub TV wymaga dostrojenia wybranych obwodów rezonansowych do częstotliwości nośnej, na której nadawane są programy danej stacji. Zjawisko rezonansu wykorzystywane jest w działaniu układów zwanych filtrami elektrycznymi, które służą do selekcji (wybierania) sygnałów (napięć lub prądów) o częstotliwościach zawartych w określonym przedziale wartości. Na rys. 30 pokazany jest przykładowy schemat i charakterystyka częstotliwościowa filtra zwanego pasmowo zaporowym. Nazwa **pasmo zaporowy** wynika z tego, że układ taki nie przepuszcza (nie przenosi, stanowi zaporę) dla napięć (sygnału) o częstotliwościach bliskich częstotliwości rezonansowej  $f_0$  (dla określonego pasma częstotliwości).



Rys. 30. Szeregowy obwód rezonansowy LC w układzie filtra pasmowo zaporowego i jego charakterystyka częstotliwościowa

Obwody rezonansowe stosowane są w wielu urządzeniach pomiarowych, zapewniając selekcję sygnałów (przenoszenie lub tłumienie napięć) o określonych częstotliwościach.

Rezonans elektryczny w urządzeniach i układach może pojawić się również w sposób niezamierzony, w wyniku niewłaściwego zaprojektowania lub eksploatacji układów, co może prowadzić nawet do uszkodzeń układów.

### 4.3.2. Pytania sprawdzające

Odpowiadając na pytania, sprawdzisz, czy jesteś przygotowany do wykonania ćwiczeń.

1. Co to jest impedancja szeregowego połączenia elementów RLC?
2. Jaki jest wykres wektorowy prądu i napięć dla szeregowego obwodu RLC?
3. Jakie równania wyrażają prawo Ohma szeregowego połączenia RLC w obwodzie zasilanym prądem sinusoidalnym?
4. Kiedy szeregowy obwód RLC posiada charakter rezystancyjny, indukcyjny, pojemnościowy?
5. Co to jest susceptancja, konduktancja, admitancja?
6. Co to jest admitancja równoległego połączenia elementów RLC?
7. Jak można wyznaczyć wartość prądu zasilającego obwód równoległy RLC, gdy znamy prądy rezystora, cewki, kondensatora?
8. Kiedy występuje rezonans w szeregowych i kiedy w równoległych obwodach RLC?
9. Jakie jest znaczenie praktyczne zjawiska rezonansu?

### 4.3.3. Ćwiczenia

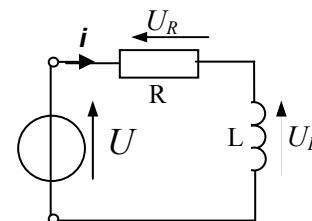
#### Ćwiczenie 1

Przeanalizuj parametry pracy obwodu, którego schemat przedstawiony jest na rys. 31, gdy napięcie skuteczne źródła sinusoidalnego  $U = 230 \text{ V}$ , częstotliwość  $f = 50 \text{ Hz}$ ,  $R = 120 \Omega$ ,  $L = 0,51 \text{ H}$ .

Sposób wykonania ćwiczenia

Aby wykonać ćwiczenie powinieneś obliczyć:

- 1) reaktancję cewki i impedancję obwodu  $Z$ ,
- 2) wartość skuteczną prądu w obwodzie, współczynnik mocy,
- 3) wartości skuteczne napięć na rezystorze i na cewce,



Rys. 31. Źródło napięcia obciążone dwójnikiem szeregowym RL

- 4) amplitudy napięć źródła, na rezystorze i na cewce,
  - 5) wartości mocy czynnej ( $P = U_R I$ ), biernej ( $Q = U_L I$ ) i pozornej ( $S = UI$ ) w obwodzie;
- Po wykonaniu obliczeń powinieneś narysować wykres wektorowy napięć i prądu, trójkąt mocy, trójkąt impedancji i przebiegi czasowe napięć i prądu.

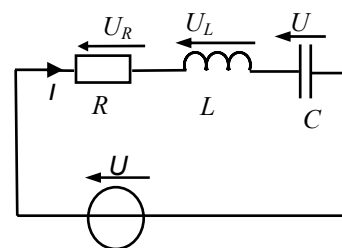
### Ćwiczenie 2

Przeanalizuj pracę obwodu, którego schemat przedstawiony jest na rys. 32, gdy wartość skuteczna napięcia źródła wynosi  $U = 100 \text{ V}$ , częstotliwości  $f = 50 \text{ Hz}$ ,  $R = 50 \Omega$ ,  $C = 6,4 \mu\text{F}$ ,  $L = 0,8 \text{ H}$ .

Sposób wykonania ćwiczenia

Aby wykonać ćwiczenie powinieneś obliczyć:

- 1) reaktancje cewki, kondensatora i impedancję obwodu  $Z$ ,
- 2) współczynnik mocy ( $\cos\varphi$ ), wartość skuteczną prądu w obwodzie,
- 3) spadki napięć na oporniku, na cewce i na kondensatorze,
- 4) wartości mocy pozornej ( $S = UI$ ), czynnej ( $P = UI \cos\varphi$ ), biernej  $Q$  w obwodzie,
- 5) narysować wykres wektorowy napięć i prądu, trójkąt mocy, trójkąt impedancji.



Rys. 32. Źródło napięcia obciążone dwójnikiem szeregowym RLC

### Ćwiczenie 3

Obwód szeregowy RLC, którego schemat przedstawiono na rys. 32, zawiera elementy:  $R = 50 \Omega$ ,  $C = 6,4 \mu\text{F}$ ,  $L = 0,8 \text{ H}$ , zasilany jest napięciem sinusoidalnym o częstotliwości  $f = 50 \text{ Hz}$ . Zmierzono w nim napięcie na oporniku  $R$ :  $U_R = 20 \text{ V}$ . Oblicz wartość napięcia źródła  $U$ , sprawdź obliczenia rysując wykres wektorowy napięć.

Sposób wykonania ćwiczenia

Aby wykonać ćwiczenie powinieneś obliczyć:

- 1) wartość skuteczną prądu w obwodzie, z prawa Ohma dla opornika  $R$ ,
- 2) reaktancje cewki, kondensatora i impedancję obwodu  $Z$ ,
- 3) wartość skuteczną napięcia źródła z prawa Ohma dla obwodu RLC,
- 4) spadki napięć na cewce i na kondensatorze.

Po wykonaniu obliczeń:

- przyjąć skalę  $[\text{V/cm}]$  i narysować wykres wektorowy napięć,
  - sprawdzić czy suma wektorów spadków napięć równa jest długości wektora napięcia źródła.
- Pamiętać należy, że napięcie i prąd nie są wielkościami wektorowymi.

### Ćwiczenie 4

Przeanalizuj pracę obwodu, którego schemat przedstawiony jest na rys. 33, gdy wartość skuteczna napięcia źródła wynosi  $U = 100 \text{ V}$ , częstotliwości  $f = 50 \text{ Hz}$ ,  $R = 200 \Omega$ ,  $C = 6,4 \mu\text{F}$ ,  $L = 0,8 \text{ H}$ .

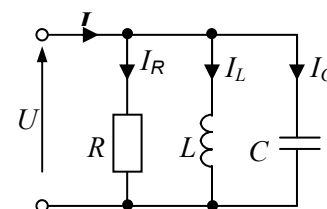
Sposób wykonania ćwiczenia

Aby wykonać ćwiczenie powinieneś obliczyć:

- 1) susceptancje cewki, kondensatora i admitancję obwodu  $Y$ ,
- 2) wartości skuteczne prądów  $I$ ,  $I_R$ ,  $I_L$ ,  $I_C$  w obwodzie,
- 3) wartości mocy pozornej ( $S = UI$ ), czynnej ( $P = U I_R$ ), biernej  $Q$  (z trójkąta mocy),
- 4) częstotliwość rezonansową obwodu.

Po wykonaniu obliczeń:

- przyjąć skalę  $[\text{A/cm}]$  i narysować wykres wektorowy prądów,



Rys. 33. Obwód równoległy RLC,



- sprawdzić i zanotować czy suma wektorów prądów równa jest długości wektora prądu  $I$ ,
- przyjęc odpowiednie skale [W/cm], [S/cm] i narysować trójkąt mocy oraz trójkąt admitancji.

Wyposażenie stanowiska pracy:  
poradnik dla ucznia, literatura.

### Ćwiczenie 5

Wykonaj pomiary napięć i prądu w obwodzie szeregowym RLC, którego schemat przedstawiony jest na rys. 32, zasilanym napięciem sinusoidalnym o wartości do 50V i o częstotliwości  $f = 50$  Hz, uzyskanym z transformatora sieciowego, obniżającego napięcie.

Sposób wykonania ćwiczenia

Aby wykonać ćwiczenie powinieneś:

- 1) narysować schemat obwodu, oznaczyć elementy i wpisać ich parametry,
- 2) połączyć obwód z szeregowo włączonym amperomierzem,
- 3) po sprawdzeniu obwodu przez nauczyciela, zachowując środki ostrożności wykonać pomiary i zanotować wartości skuteczne napięć: zasilającego ( $U$ ) i na elementach obwodu ( $U_R$ ,  $U_L$ ,  $U_C$ ) oraz prądu  $I$ ,
- 4) po przyjęciu skali prądu [A/cm] i napięcia [V/cm] narysować wykres wektorowy dla zmierzonych napięć i prądu przyjmując, że wektorowi napięcia  $U_R$  oraz prądu  $I$  odpowiada kąt  $0^\circ$ , zaś napięciu  $U_L$  kąt  $+90^\circ$ ,  $U_C$  kąt  $(-90^\circ)$ ,
- 5) zsumować wektory  $U_R$ ,  $U_C$ ,  $U_L$ , sprawdzić i zanotować, czy wektor będący ich sumą ma długość zgodną ze zmierzonym napięciem  $U$ , zmierzyć na wykresie kąt przesunięcia fazowego prądu względem napięcia,
- 6) przyjmując za pewny pomiar napięcia zasilającego zweryfikować obliczeniowo wyniki pomiarów dla podanych parametrów elementów układu, postępując zgodnie ze sposobem wykonania ćwiczenia 2,
- 7) porównać wyniki obliczeń z wynikami pomiarów, zapisać spostrzeżenia.

Wyposażenie stanowiska pracy:

- rezystor  $R = (100-300) \Omega$ , kondensator  $C = (5-10) \mu F$ , element indukcyjny  $L = (0,3-1) H$ ,
- transformator sieciowy 230 V/(24-50) V,  $S \geq 30 VA$  (źródło napięcia sinusoidalnego),
- woltomierz(e) i amperomierz prądu przemiennego.

### 4.3.4. Sprawdzan postępów

**Czy potrafisz:**

- |   | <b>Tak</b>               | <b>Nie</b>               |
|---|--------------------------|--------------------------|
| 1) zapisać prawo Ohma dla obwodu szeregowego RLC?   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 2) wyjaśnić co to jest impedancja obwodu szeregowego RLC?   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 3) narysować wykres wektorowy i przebiegi czasowe prądu i napięć dla szeregowego połączenia RLC?      | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 4) zapisać prawo Ohma dla obwodu równoległego RLC?  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 5) wyjaśnić co to jest admitancja obwodu równoległego RLC?  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 6) obliczyć prąd i napięcia w obwodzie szeregowym RLC, gdy znane są parametry źródła i elementów RLC? | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 7) określić, jaki warunek musi być spełniony dla zaistnienia rezonansu w obwodzie RLC?                | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 8) wyjaśnić kiedy obwód RLC posiada charakter rezystancyjny?  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 9) zmierzyć rezystancję, indukcyjność, pojemność?   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 10) określić przykłady zastosowań zjawiska rezonansu elektrycznego?                                   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

## 4.4. Elektromagnetyzm

### 4.4.1. Materiał nauczania

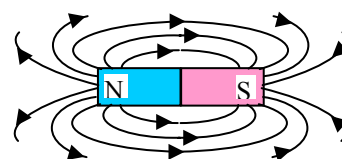
**Elektromagnetyzm** to dział fizyki obejmujący zagadnienia współzależności zjawisk magnetycznych i elektrycznych (wytwarzanie pola magnetycznego za pomocą prądu elektrycznego).

**Pole magnetyczne** to stan przestrzeni oddziałujący tylko na poruszające się ładunki elektryczne lub poruszające się ciała obdarzone ładunkiem elektrycznym.

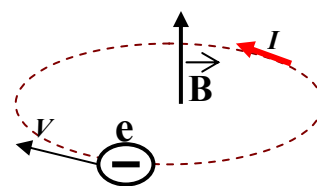
**Magnetyzm** to zjawiska i właściwości materii związane z oddziaływaniem pola magnetycznego na ciała.

Pomiędzy nieruchomymi ładunkami elektrycznymi działają siły Coulomba. Jeżeli ładunki te zaczynają się poruszać, to pojawiają się między nimi nowe siły, które nazwano siłami pola magnetycznego, a pole wytworzone wokół poruszających się ładunków nazywa się polem magnetycznym. Każdy przewodnik, w którym płynie prąd elektryczny, wytwarza pole magnetyczne, a na przewodnik z prądem umieszczony w polu magnetycznym działają siły pochodzące od oddziaływania pola na poruszające się w nim ładunki elektryczne.

Pole magnetyczne powstaje nie tylko wokół przewodników, w których przepływa prąd. Znane są pola magnetyczne Ziemi, pole magnetyczne kawałków rudy żelaza, zwanych magnetytami i pola magnesów trwałych – rys. 35. Obecność pola magnesu tłumaczy się występowaniem mniej lub bardziej uporządkowanych ruchów elektronów po orbitach wokół jąder atomów. Krążące po orbitach elektrony przenoszą okrężne prądy elementarne (rys. 36), będące źródłem pola magnetycznego, które nazywamy polem prądów elementarnych. W przypadku magnesów trwałych to zgodnie skierowane pola elementarne pochodzące od atomów tworzących dane ciało są źródłem pola magnetycznego tego ciała.



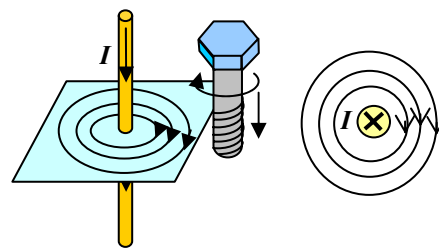
Rys. 35. Linie pola magnetycznego magnesu trwałego



Rys. 36. Prąd elementarny od krążącego elektronu i jego pole magnetyczne B

Pole magnetyczne, podobnie jak pole elektrostatyczne, można przedstawić graficznie. Obraz ten łatwo uzyskuje się doświadczalnie.

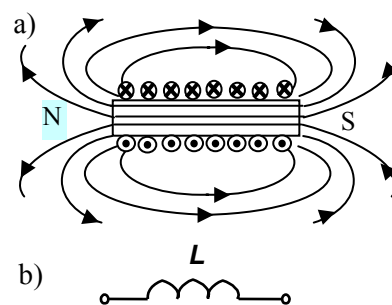
Kształt linii pola magnetycznego wokół prostoliniowego przewodnika z prądem można zbadać na płaszczyźnie, np. kartki jak na rys. 37. Gdy przez ten przewód przepuścimy prąd stały i posypimy na kartkę podłużne opiłki żelaza to zauważymy, że ułożą się one wokół przewodu w koncentryczne okręgi ilustrujące kształt linii pola magnetycznego. Pole takie powstaje wokół przewodu wzdłuż całej jego długości. Obraz (kształt linii) nie zależy od kierunku przepływu prądu lub ściślej zwrotu prądu, jednak zwrot linii pola magnetycznego zależy od kierunku prądu w przewodzie, co można udowodnić doświadczalnie przy pomocy igły magnetycznej. Doświadczenia wykazują, że linie pola magnetycznego wokół prostoliniowego przewodnika, w którym płynie prąd elektryczny, mają postać współśrodkowych okręgów, a zwrot linii magnetycznych zależy od kierunku przepływu prądu w przewodzie.



Rys. 37. Pole magnetyczne przewodnika prostoliniowego i reguła śruby prawoskrętnej

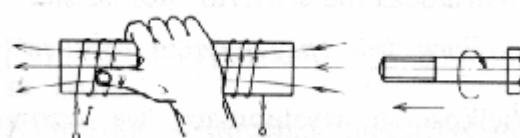
Zwrot linii pola magnetycznego wokół przewodu, w którym płynie prąd elektryczny, można wyznaczyć według **reguły śruby prawoskrętnej** zwanej również **regułą korkociągu**. Regułę tą ilustruje rys. 37, a ona brzmi następująco: **jeżeli podczas wkręcania śruby (korkociągu) przesuwa się ona zgodnie ze zwrotem prądu w przewodzie, to kierunek obrotów śruby (korkociągu) jest zgodny ze zwrotem linii pola magnetycznego powstającego wokół przewodu.**

Oprócz rozpatrywanych przewodów prostoliniowych spotyka się przewody uformowane w różne kształty. Często stosowane są zwojnice (cewki, solenoidy) stanowiące układ wielu równoległe ułożonych przewodów kołowych. Przekrój wzdłużny cewki cylindrycznej i rozkład linii jej pola magnetycznego, powstającego podczas przepływu nią prądu pokazany jest na rys. 38. Zwrot linii pola magnetycznego wewnątrz cewki pokazanej na rys. 38 można wyznaczyć posługując się regułą śruby prawoskrętnej lub regułą prawej dłoni (rys. 39), która brzmi następująco:



Rys. 38. a) Rozkład pola magnetycznego zwojnicy z prądem, b) symbol graficzny zwojnicy (cewki)

**Jeżeli prawą dłoń ułożymy na cewce tak, że cztery palce obejmujące cewkę wskazują zwrot płynącego w zwojach prądu, to odchyłony kciuk wskaże zwrot linii pola magnetycznego wewnątrz cewki.**



Rys. 39. Reguła prawej dłoni przy wyznaczaniu kierunku linii pola magnetycznego wewnątrz zwojnicy [1]

### Wielkości fizyczne charakteryzujące pole magnetyczne

Dla ilościowego opisu pola magnetycznego najczęściej stosowane są niżej wymienione **wektorowe** wielkości fizyczne:

**1. Natężenie pola magnetycznego**, oznaczane literą  **$H$** ; jego jednostką jest **1 A/m**.

Natężenie pola magnetycznego jest wielkością charakteryzującą pole magnetyczne niezależnie od właściwości środowiska. W danym obwodzie magnetycznym natężenie pola magnetycznego wzrasta ze wzrostem natężenia prądu wytwarzającego to pole i zwiększa się ze wzrostem liczby zwojów uzwojenia wiodącego prąd.

Natężenie pola magnetycznego w odległości  $r$  od osi prostoliniowego przewodnika z prądem o natężeniu  $I$  wyraża się wzorem: 
$$H = \frac{I}{2\pi r}$$

Wartość natężenia pola związana jest z wielkością zwaną **przeływem**.

**Przeływ** cylindrycznej cewki o liczbie zwojów  $N$  (rys. 38) wyraża się wzorem:  $\Theta = IN$ ,  
zaś natężenie pola magnetycznego: 
$$H = \frac{IN}{l},$$

gdzie  $l$  – długość obwodu magnetycznego, w którym występuje to pole.

**2. Indukcja magnetyczna** to wielkość opisująca gęstość linii sił pola magnetycznego w danym ośrodku, oznacza się ją literą  $B$ . Jednostką miary indukcji magnetycznej jest **tesla** [T];  
 $1 \text{ T} = 1 \text{ Vs/m}^2$ .

Natężenie pola i indukcja magnetyczna związane są ze sobą równaniem:  $B = \mu H$ ,  
gdzie:  $\mu = \mu_0 \mu_r$  – przenikalność magnetyczna środowiska; charakteryzuje ona wpływ środowiska na intensywność pola magnetycznego. Jednostką przenikalności magnetycznej jest [H/m] (**henr na metr**).  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  [H/m] – przenikalność magnetyczna próżni, stała magnetyczna,  
 $\mu_r$  – przenikalność magnetyczna względna środowiska (liczba niemianowana, mówiąca, ile razy różni się przenikalność określonego środowiska magnetycznego od przenikalności próżni:  $\mu_r = \mu/\mu_0$ ).

Oznacza to, że **wartość indukcji magnetycznej w dużym stopniu zależy od właściwości środowiska, w którym występuje pole magnetyczne.**

**3. Strumień magnetyczny**, oznaczany wielką literą grecką  $\Phi$  (fi):  $\Phi = B s$ ,  
gdzie:  $s$  [m<sup>2</sup>] – pole powierzchni, przez którą prostopadle przenikają linie indukcji magnetycznej.

Jednostką miary strumienia magnetycznego jest weber [Wb];  $1 \text{ Wb} = 1 \text{ T} \cdot \text{m}^2 = 1 \text{ Vs}$ .

**4. Strumień magnetyczny skojarzony**; strumień magnetyczny  $\Phi$  wytworzony wewnątrz zwojnicy, jak na rys. 38, przecina wszystkie powierzchnie  $N$  zwojów i jest wprowadzone pojęcie **strumienia skojarzonego** ze wszystkimi zwojami uzwojenia. Stanowi on sumę strumieni wszystkich zwojów cewki:  $\psi = N \cdot \Phi$ . Jednostką strumienia skojarzonego jest również  $1 \text{ Wb} = 1 \text{ T} \cdot \text{m}^2 = 1 \text{ V} \cdot \text{s}$ .

Wspomniane wyżej cztery wielkości fizyczne są wielkościami wektorowymi.

Przypomnimy definicje dwóch ważnych wielkości skalarnych związanych z występowaniem pola magnetycznego.

**1. Indukcyjność własna cewki**, oznaczana literą „ $L$ ” jest **stosunkiem strumienia magnetycznego skojarzonego z cewką ( $\psi$ ) do wartości prądu „ $I$ ” płynącego przez cewkę:**

$$L = \frac{\psi}{I}$$

Jednostką indukcyjności  $L$  jest henr:  $1 \text{ H} = 1 \Omega \cdot \text{s}$ . Wartość indukcyjności cewki  $L$  charakteryzuje zdolność cewki do magazynowania energii w polu magnetycznym (podczas przepływu prądu  $I$ ). Energia zmagazynowana w cewce wyraża się równaniem:

$$W_L = \frac{L \cdot I^2}{2}$$

Energia ta zwracana jest do obwodu podczas wyłączania prądu.

Wartość indukcyjności  $L$  zależy od kwadratu liczby zwojów ( $N^2$ ), wymiarów zewnętrznych i właściwości magnetycznych rdzenia ( $\mu$ ). Dla zwojnicy, jak na rys. 38, można przyjąć:

$$L = \frac{\mu \cdot N^2 \cdot S}{l},$$

gdzie:  $S$  [m<sup>2</sup>] – powierzchnia obejmowana przez jeden zwój,

$l[m]$  – średnia długość strumienia magnetycznego w cewce (tu długość cewki).

2. **Indukcyjność wzajemna  $M$**  będąca miarą sprzężenia magnetycznego cewek w układzie złożonym (z dwóch) uzwojeń cewek, w którym jedna cewka o  $N_1$  zwojach z przepływającym prądem  $I_1$  wytwarza pole magnetyczne, z którego część strumienia  $\psi_{12}$  obejmuje (przenika) drugą cewkę o  $N_2$  zwojach.

Wtedy to mówi się, że cewki te są **sprzężone magnetycznie**, a ich indukcyjność wzajemna ma wartość:

$$M = \frac{\psi_{12}}{I_1}$$

Indukcyjności własna i wzajemna są wielkościami wykorzystywanymi w analizie obwodów prądu przemiennego oraz w opisie zjawisk indukcji własnej, indukcji wzajemnej występujących w działaniu maszyn elektrycznych, transformatorów [1].

### Właściwości magnetyczne materiałów

Na podstawie zależności:  $B = \mu \cdot H$  należy wnioskować, że wartość indukcji magnetycznej zależy od natężenia pola magnetycznego (które zależne jest od wartości prądu elektrycznego wywołującego pole i geometrii obwodu elektrycznego) oraz od właściwości magnetycznych środowiska, które opisuje wielkość zwaną przenikalnością magnetyczną bezwzględną  $\mu$ .

Dla scharakteryzowania właściwości magnetycznych środowiska określa się wartość jego przenikalności magnetycznej względnej  $\mu_r$ , która jest ilorazem przenikalności magnetycznej bezwzględnej rozpatrywanego środowiska i przenikalności magnetycznej próżni  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} [\text{H/m}]$ .

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0}$$

Przenikalność magnetyczna względna jest wielkością bezwymiarową i dla wielu środowisk (materiałów) ma ona wartość stałą, zbliżoną do jedności, co oznacza, że ich właściwości magnetyczne są zbliżone do właściwości magnetycznych próżni.

Zależnie od wartości przenikalności magnetycznej i charakteru jej zmian, środowiska (materiały) dzieli się na: **diamagnetyczne, paramagnetyczne i ferromagnetyczne**.

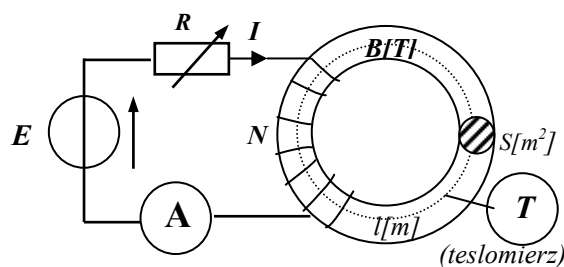
**Środowiska diamagnetyczne** – odznaczają się tym, że wartość ich przenikalności magnetycznej względnej  $\mu_r$  jest nieco mniejsza od jedności, co oznacza, że ich przenikalność bezwzględna spełnia warunek: ( $\mu < \mu_0$ ). Do diamagnetyków należą między innymi: miedź ( $\mu_r = 0,99999$ ), bizmut ( $\mu_r = 0,99984$ ), woda, srebro, kwarc ( $\text{SiO}_2$ ), ołów.

**Środowiska paramagnetyczne** (paramagnetyki) – wartość ich przenikalności magnetycznej względnej jest nieco większa od jedności, wtedy ( $\mu > \mu_0$ ). Należą do nich między innymi: powietrze ( $\mu_r = 1,000031$ ), aluminium ( $\mu_r = 1,000022$ ), platyna ( $\mu_r = 1,0003$ ) oraz magnez, cyna, mangan itd. Środowiska paramagnetyczne i diamagnetyczne niewiele zmieniają rozkład pola w porównaniu z obrazem uzyskanym w próżni.

**Środowiska ferromagnetyczne** lub ciała zwane **ferromagnetykami**. Przenikalność magnetyczna ferromagnetyków jest duża w porównaniu z przenikalnością próżni – ( $\mu_r$  dużo większa od jedności) i zmienia się wraz ze zmianą natężenia pola magnetycznego  $H$ . Należą do nich: żelazo, stal, nikiel, kobalt, żeliwo i niektóre ich stopy i tlenki. **Środowiska ferromagnetyczne** wprowadzają znaczne zmiany w rozkładzie pola magnetycznego.

### Magnesowanie materiałów ferromagnetycznych

Ze względu na stosowanie ferromagnetyków do budowy wielu urządzeń elektrycznych szczególnie ważne jest zrozumienie ich zachowania się w polu



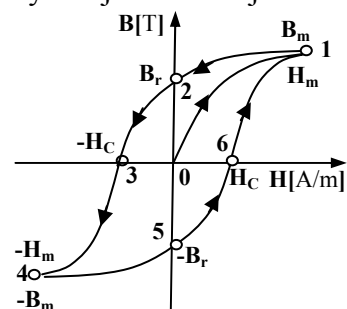
Rys. 40. Układ do badania charakterystyki magnesowania ferromagnetyka

magnetycznym oraz znajomość zależności indukcji od natężenia pola magnetycznego.

Dla ferromagnetyków zależność między indukcją magnetyczną a natężeniem pola bada się doświadczalnie (w układzie jak na rys. 40). Na podstawie wskazań amperomierza określa się wartość natężenia pola magnetycznego  $H$ , zaś indukcję w badanym rdzeniu mierzy się teslomierzem (T). Wyniki podaje się graficznie w postaci tzw. **krzywej magnesowania**, którą jest zależność  $B = f(H)$  przedstawiona na rys. 41.

Z zależności  $B = f(H)$  można wyznaczyć wartość indukcji magnetycznej dla każdej wartości natężenia pola, a ze stosunku  $B/H = \mu$ , obliczymy wartość przenikalności magnetycznej.

Krzywa przedstawiająca zależność  $B = f(H)$ , zwana **krzywą magnesowania**, na odcinku 0–1 ma początkowo przebieg stromy i liniowy, a następnie ulega silnemu zagięciu i uzyskuje przebieg prawie równoległy do osi odciętych. Indukcja wzrasta tu bardzo nieznacznie mimo wzrostu natężenia pola magnetycznego. Oznacza to również zmniejszanie się przenikalności magnetycznej. Zjawisko to nosi nazwę **nasycenia magnetycznego** i w pewnych zastosowaniach jest poważną wadą materiałów ferromagnetycznych.



Rys. 41. Pętla histerezy materiału ferromagnetycznego

Przebieg krzywej magnesowania znajduje wyjaśnienie w wewnętrznej budowie ferromagnetyków. Przyjmuje się model, według którego ferromagnetyk składa się z cząsteczek, będących elementarnymi magnesami. Gdy nie działa zewnętrzne pole magnetyczne ( $H = 0$ ), wówczas elementarne magnesy są rozmaicie usytuowane i ich wypadkowe pole magnetyczne ma indukcję magnetyczną  $B$  równą zero. Jeżeli ferromagnetyk umieścimy w zewnętrznym polu magnetycznym, to elementarne magnesy zostaną uporządkowane i ustawią się wzdłuż linii zewnętrznego pola magnetycznego tak, że zwrot ich pól staje się zgodny ze zwrotem pola zewnętrznego. Uporządkowanie to zwiększa się wraz ze wzrostem natężenia pola  $H$ . **Pole magnetyczne uporządkowanych elementarnych magnesów wzmacnia pole zewnętrzne**, dzięki czemu indukcja  $B$  wielokrotnie się zwiększa. Po osiągnięciu przez pole zewnętrzne określonej wartości następuje uporządkowanie wszystkich elementarnych magnesów, co równa się osiągnięciu stanu nasycenia magnetycznego (punkt 1). Oznacza to, że ze wzrostem natężenia pola magnetycznego, przenikalność magnetyczna  $\mu$  ferromagnetyków (iloraz  $B$  i  $H$ ) maleje. Mimo to jest ona 200 ÷ 10000 razy większa od przenikalności magnetycznej próżni. Przenikalność magnetyczna ferromagnetyków zależy nie tylko od natężenia pola, ale i od ich składu chemicznego oraz technologii ich wykonywania.

Jeżeli po osiągnięciu pewnej wartości indukcji (np. p.1) zaczniemy zmniejszać natężenie pola magnetycznego do zera, to zależność między  $B$  i  $H$  zmieni się nie według krzywej 1–0, lecz według krzywej 1–2. Po zmniejszeniu natężenia pola do zera okazuje się, że w ferromagnetyku istnieje indukcja magnetyczna o wartości  $B_r$  (rys. 41), zwana **pozostałością magnetyczną** lub **indukcją remanencji**. Oznacza to, że ferromagnetyk zachował stałe pole magnetyczne; stał się magnesem trwałym. Dla rozmagnesowania materiału, tj. usunięcia tej pozostałości magnetycznej należy zmienić zwrot linii pola magnesującego na przeciwny i zwiększyć je do wartości  $(-H_c)$ , zwanej **natężeniem koercji** lub **powściąającym** (odcinek 2–3 krzywej, rys. 41). Przy dalszym zwiększaniu natężenia pola magnesowanie pobiegnie według krzywej 3–4 do nasycenia przy przeciwnym kierunku namagnesowania. Zmniejszanie natężenia pola spowoduje, że zanotujemy zmniejszanie się indukcji według krzywej 4–5, do wartości pozostałości magnetycznej  $(-B_r)$  w punkcie 5. Odcinek 5–1 odpowiada ponownej zmianie kierunku namagnesowania materiału.

Opisany przebieg krzywej  $B = f(H)$  magnesowania ferromagnetyków, przedstawiony na rys. 41 nazywa się **pętlą histerezy magnetycznej**.

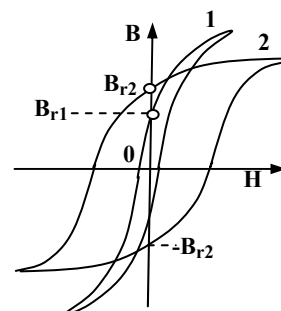
Zależnie od składu chemicznego materiału, krzywe magnesowania mogą przebiegać różnie, co ilustruje rys. 4.42.

**Krzywa nr 1** charakteryzuje ferromagnetyki miękkie (materiały magnetycznie miękkie). Charakteryzują się one małą pozostałością magnetyczną (małą indukcją remanencji) i małą wartością natężenia pola koercji. Materiały o takich właściwościach stosuje się w obwodach magnetycznych, transformatorów, maszyn elektrycznych, elektromagnesów, gdzie po wyłączeniu prądu strumień magnetyczny praktycznie powinien zniknąć. Do ferromagnetyków miękkich należą: czyste żelazo, miękka stal, żeliwo.

**Krzywa nr 2** odpowiada ferromagnetykom twardym (materiałom magnetycznie twardym). Charakteryzują się one dużą wartością indukcji remanencji (pozostałości magnetycznej)  $B_r$ . Trudno się rozmagnesowują. Wykonuje się z nich magnesy trwałe, szeroko stosowane w różnych urządzeniach.

Należy tu wspomnieć, że **materiały ferromagnetyczne tracą swoje właściwości magnetyczne w temperaturze zwanej temperaturą Curie**, która dla stali wynosi ok. 1040 K.

Ferromagnetyki znajdują zastosowanie tam, gdzie wymagane jest wytworzenie dużej indukcji i strumienia magnetycznego (maszyny elektryczne, transformatory).

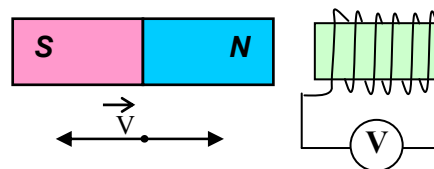


Rys. 42. Pętle histerezy ferromagnetyków: 1-materiał magnetycznie miękki, 2-materiał magnetycznie twardy

### Zjawisko indukcji elektromagnetycznej

Zjawisko indukcji elektromagnetycznej jest jednym z fundamentalnych zjawisk, którego odkrycie umożliwiło rozwój całej elektrotechniki i radiotechniki. Zjawisko to zostało odkryte przez M. Faradaya w 1831 roku i zostało sformułowane prawo indukcji elektromagnetycznej.

Istotę zjawiska wyjaśnimy na przykładzie opisanego niżej doświadczenia, które ilustruje rys. 43.



Rys. 43. Ilustracja zjawiska indukcji elektromagnetycznej

Rozpatrzmy cewkę, której zaciski dołączono do czułego woltomierza wskazującego różnicę potencjałów na jej zaciskach. Gdy magnes pozostaje nieruchomy względem cewki, to miernik nie wykrywa jakiegokolwiek różnicy potencjałów. Doświadczenie polega na tym, że do cewki zbliżamy i oddalamy magnes trwały. Podczas zbliżania i oddalania magnesu wskazówka wychyla się w kierunkach przeciwnych. Jest to dowodem powstania różnicy potencjałów na zaciskach cewki. Jeśli zamienimy miejscami bieguny magnesu i powtórzmy to doświadczenie, zaobserwujemy wychylenie się wskazówki w stronę przeciwną.

Oznacza to, że kierunek indukowanego napięcia zależy od kierunku linii pola magnetycznego magnesu. Ten sam efekt indukowania się napięcia w cewce zaobserwujemy, gdy unieruchomimy magnes, a przesuwamy cewkę lub, gdy zamiast magnesu zastosujemy elektromagnes.

Z obserwacji opisanego doświadczenia można wysnuć wniosek, że napięcie w cewce indukowane jest na skutek zmian strumienia magnetycznego przecinającego zwoje cewki. Wartość chwilową indukowanej siły elektromotorycznej ukazuje wzór wyrażający prawo Faradaya, zwane prawem indukcji elektromagnetycznej.

Prawo to wyjaśnia, że: **wartość indukowanej siły elektromotorycznej na zaciskach cewki, zwoju lub przewodu jest wprost proporcjonalna do prędkości zmian strumienia magnetycznego przecinającego zwoje cewki ( $\Delta\Phi/\Delta t$ ) i do liczby zwojów cewki ( $N$ ).**

$$e = -N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

Znak minus w równaniu wyraża tzw. regułę Lenza, która mówi, że zwrot indukowanego napięcia i prądu jest taki, że przeciwdziała zmianom strumienia magnetycznego.

Dzięki zastosowaniu prawa Faradaya i zjawiska indukcji elektromagnetycznej budowane są prądnice (generatory), w których energia mechaniczna jest przetwarzana w energię elektryczną, możliwe jest przesyłanie energii na duże odległości, bezprzewodowe przesyłanie informacji i ich odbiór. Rysunek i zasada działania prądnicy elektrycznej opisano w rozdziale 4.1.

### Oddziaływanie pola magnetycznego na ładunki elektryczne i na przewodnik z prądem

W definicji pola magnetycznego mówi się, że jest to stan przestrzeni powstający wokół poruszających się ładunków elektrycznych, w której powstają siły działające tylko na poruszające się ładunki elektryczne oraz na ruchome ciała obdarzone ładunkiem elektrycznym.

Zgodnie z tym **cząstka niosąca ładunek  $q$ , poruszająca się z prędkością  $v$  skierowaną prostopadle do linii indukcji pola magnetycznego  $B$ , gdy wpada w obszar tego pola, to doznaje działania siły  $F$  skierowanej prostopadle do wektorów indukcji oraz prędkości.** Wartość tej siły wyraża się równaniem:

$$F = q v B$$

Działanie tej siły, zwanej siłą Lorentza zmienia tor ruchu cząstki.

Zjawisko to wykorzystywane jest w układach magnetycznego odchylenia wiązki elektronowej, w lampach obrazowych, zwanych kineskopami oraz w urządzeniach zwanych akceleratorami cząstek. Z oddziaływaniem pola magnetycznego na ruchome ładunki elektryczne związane jest działanie podzespołów wykorzystywanych jako czujniki pola magnetycznego, którymi są magnetorezystory zwane gaussotronami oraz hallotrony. Ich symbole graficzne pokazane są na rys. 44. Zgodnie z tym zjawiskiem, ruchome ładunki w przewodniku również podlegają działaniu tej siły. Dowodem na to jest występowanie siły, która działa na przewód z prądem umieszczony w polu magnetycznym. Rozpatrzmy przewód z prądem stałym  $I$  umieszczony prostopadle do linii pola magnetycznego  $B$  – rys. 45. Długość przewodu znajdującą się w polu oznaczamy przez  $l$  (jest to tak zwana długość czynna).

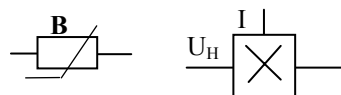
Doświadczalnie stwierdzono, że siła ta, zwana **elektrodynamiczną**, wyraża się wzorem:

$$F = B I l$$

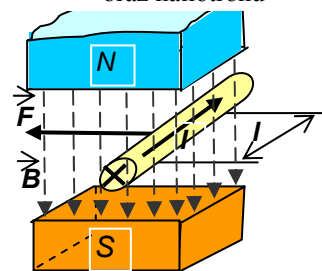
Siła ta stara się wypchnąć przewodnik z obszaru działania pola magnetycznego. Zwrot siły  $F$  wyznaczamy za pomocą reguły lewej dłoni: **jeżeli lewą dłoń ustawimy tak, aby linie pola magnetycznego, zgodne ze zwrotem wektora indukcji magnetycznej  $B$ , były zwrócone do dłoni, a cztery palce wskazały zwrot prądu  $I$ , to odchylny kciuk wskaże zwrot siły  $F$**  (rys. 46).

Zjawisko oddziaływania pola magnetycznego na przewodnik z prądem jest podstawą działania silników elektrycznych oraz elektromechanicznych ustrojów pomiarowych mierników analogowych (wskazówkowych).

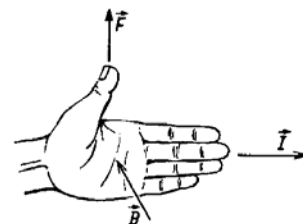
Siły elektrodynamiczne pojawiają się również pomiędzy równoległymi ułożonymi przewodnikami z prądem gdyż jeden przewód dla drugiego staje się źródłem pola magnetycznego. Ilustruje to rys. 47, gdzie dwa przewody wiodące prądy w tym samym kierunku przyciągają się. Gdy prądy w przewodnikach będą przeciwnie, wystąpi efekt wzajemnego odpychania się przewodników. Zjawisko to muszą uwzględniać projektanci



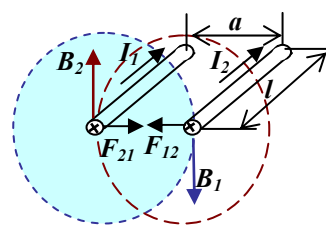
Rys. 44. Symbole graficzne magnetorezystora (gaussotronu) oraz hallotyonu



Rys. 45. Przewód z prądem w polu magnetycznym pod działaniem siły elektrodynamicznej



Rys. 46. Reguła lewej dłoni [1]



Rys. 47. Oddziaływanie wzajemne przewodów z prądami  $I_1, I_2$



napowietrznych, energetycznych linii przesyłowych (dla uniknięcia efektu „sklejania się przewodów”).

#### 4.4.2. Pytania sprawdzające

Odpowiadając na pytania sprawdzisz czy jesteś przygotowany do wykonania ćwiczeń.

1. Co to jest pole magnetyczne?
2. Jak układają się linie pola magnetycznego magnesu trwałego, przewodnika i zwojnicy z prądem?
3. Kiedy stosujemy regułę prawej dłoni?
4. Kiedy stosujemy regułę śruby prawoskrętnej?
5. Jakie są wielkości charakteryzujące pole magnetyczne i ich jednostki miary?
6. Jak klasyfikuje się materiały pod względem właściwości magnetycznych?
7. Jak przebiega charakterystyka magnesowania dla ferromagnetyków?
8. Co to jest pozostałość magnetyczna (remanencja) materiału ferromagnetycznego?
9. Co to są ferromagnetyki miękkie i twarde?
10. Kiedy pozostałość magnetyczna jest pożądana, kiedy nie jest?
11. Co to jest punkt Curie?
12. Na czym polega zjawisko indukcji elektromagnetycznej? gdzie jest wykorzystywane?
13. W jakich warunkach powstaje siła Lorentza?

#### 4.4.3. Ćwiczenia

##### Ćwiczenie 1

Zbadaj oddziaływanie pola magnetycznego magnesu trwałego na tor ruchu elektronów.

Sposób wykonania ćwiczenia

Aby wykonać ćwiczenie powinieneś:

- 1) zaobserwować zachowanie się plamki linii świetlnej na ekranie pracującej lampy oscyloskopu podczas zbliżania do ekranu najpierw jednego potem drugiego bieguna magnesu,
- 2) opisać zaobserwowane objawy oraz ich uzasadnienie odwołujące się do materiału nauczania i zjawisk opisanych w niniejszym rozdziale Poradnika dla ucznia,
- 3) przedstawić i przedyskutować wyjaśnienie zaobserwowanych efektów,
- 4) wyjaśnić przykłady zastosowań obserwowanego zjawiska.

Wyposażenie stanowiska pracy:

- oscyloskop analogowy z klasyczną lampą obrazową, magnes trwały sztabkowy, układy odchylenia magnetycznego wiązek elektronowych lamp obrazowych,
- literatura.

##### Ćwiczenie 2

Zbadaj wpływ materiału rdzenia na indukcyjność solenoidu (cewki cylindrycznej).

Sposób wykonania ćwiczenia

Aby wykonać ćwiczenie powinieneś:

- 1) zmontować układ składający się z szeregowo połączonych źródła napięcia sinusoidalnego, amperomierza opornika regulowanego i cewki indukcyjnej z wyjmowanym rdzeniem,
- 2) zbadać i zanotować zachowanie się wskazań amperomierza po wprowadzeniu do cewki rdzeni z różnych materiałów (z żelaza i aluminium),

- 3) przedyskutować i zapisać wyjaśnienie zaobserwowanych efektów, odwołując się do materiału nauczania i zjawisk opisanych w niniejszym rozdziale poradnika dla ucznia.

Wyposażenie stanowiska pracy:

- źródło napięcia sinusoidalnego 24 V,
- amperomierz cyfrowy prądu zmiennego,
- opornik regulowany 0÷100 Ω, cewka indukcyjna z wyjmowanym rdzeniem (od stycznika).

### Ćwiczenie 3

Przeanalizuj oddziaływanie linii jednorodnego pola magnetycznego o indukcji  $B = 0,2T$ , ustawionego prostopadle do przewodu prostoliniowego na odcinku o długości  $l = 10$  cm, przez który płynie prąd  $I = 4$  A.

Sposób wykonania

Aby wykonać ćwiczenie powinieneś:

- 1) narysować rysunek perspektywiczny przedstawiający linie pola i przewodnik z prądem
- 2) zastosować regułę lewej dłoni, wyznaczyć i narysować zwrot siły,
- 3) obliczyć wartość siły działającej na przewodnik.

### Ćwiczenie 4

Określ, jaka wartość napięcia powstanie na końcach uzwojenia o liczbie zwojów  $N = 50$  znajdującego się pod działaniem strumienia magnetycznego zmieniającego się z prędkością  $2$  Wb/s, skierowanego prostopadle do płaszczyzn zwojów: a) 2 V, b) 100 V, c) 50 V?

Sposób wykonania ćwiczenia

Aby wykonać ćwiczenie powinieneś:

- 1) narysować rysunek perspektywiczny przedstawiający ten układ,
- 2) określić nazwę i na czym polega opisane zjawisko fizyczne,
- 3) obliczyć wartość indukowanego napięcia.

Wyposażenie stanowiska pracy:

- literatura.

#### 4.4.4. Sprawdzian postępów

Czy potrafisz?	Tak	Nie
1) zdefiniować pole magnetyczne?	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2) narysować kształt linii pola magnetycznego magnesu?	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3) narysować kształt linii pola magnetycznego zwojownicy z prądem?	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4) wyznaczyć zwrot linii pola magnetycznego przewodnika z prądem?	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
5) określić związek indukcji i natężenia pola magnetycznego?	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
6) wyjaśnić klasyfikację materiałów pod względem właściwości magnetycznych?	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
7) narysować przebieg krzywej magnesowania ferromagnetyków?	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
8) wyjaśnić różnice pomiędzy ferromagnetykami twardymi i miękkimi?	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
9) wyjaśnić zjawisko indukcji elektromagnetycznej?	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
10) narysować i wyjaśnić działanie sił elektrodynamicznych?	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

## 4.5. Obwody magnetyczne

### 4.5.1. Materiał nauczania

**Obwodem magnetycznym** nazywa się zespół elementów wykonanych z ferromagnetyków, służących do przenoszenia strumienia magnetycznego i skierowania go wzdłuż żądanej drogi. Są nimi odpowiednio ukształtowane elementy wykonane w całości lub częściowo z ferromagnetyku (ze szczelinami powietrznymi), tworzące drogę dla strumienia magnetycznego. Szczeliny powietrzne stosuje się dla zlinearyzowania oporu magnetycznego lub ich obecność wynika z cech konstrukcyjnych urządzenia zawierającego obwód magnetyczny (jak w maszynach elektrycznych, w których obwód magnetyczny tworzą dwa elementy: nieruchomy i wirujący). Rdzeń magnetyczny może mieć różny kształt geometryczny, zależnie od potrzeb i cech konstrukcyjnych urządzenia.

Źródłem pola magnetycznego mogą być magnesy trwałe lub uzwojenia przewodzące prąd elektryczny (uzwojenia magnesujące).

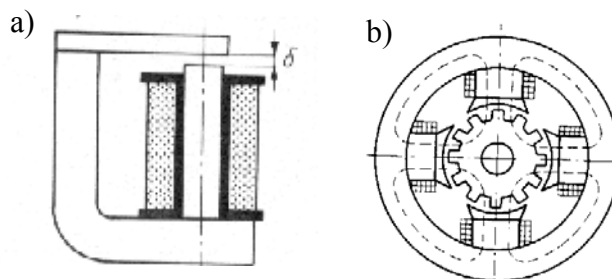
Na rys. 48a pokazany jest obwód magnetyczny ze szczeliną powietrzną, charakterystyczny dla przekładników elektromagnetycznych. Źródłem pola jest tu uzwojenie (zwojnica) nawinięte wokół jednej z części obwodu.

Dla określonej wartości prądu przepływającego przez uzwojenie, dzięki znacznie większej przenikalności magnetycznej ferromagnetyka (rdzenia magnetycznego) w stosunku do przenikalności magnetycznej powietrza, strumień magnetyczny zamykający się poprzez ferromagnetyk zwiększa się znacznie w stosunku do strumienia, który zamykałby się na tej drodze w powietrzu lub innym środowisku. Ferromagnetyk ma znacznie mniejszy **opór magnetyczny (reluktancję)** niż powietrze.

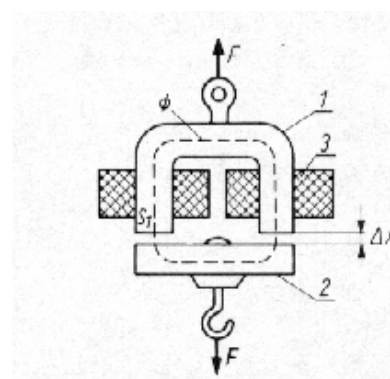
Na rys. 48b pokazany jest obwód magnetyczny i uzwojenia maszyny elektrycznej. Linie przerywane symbolizują linie pola magnetycznego. Jedną z części obwodu jest tu ruchoma (wirnik maszyny).

**Ferromagnetyk umieszczony w polu magnetycznym, tak aby przynajmniej część linii pola mogła w całości zamykać się w nim, znacząco zmienia obraz pola magnetycznego.** Strumień magnetyczny zamykający się w rdzeniu obwodu nazywa się strumieniem głównym, zaś strumień zamykający się w środowisku otaczającym obwód, nazywamy strumieniem rozproszenia.

Obwody magnetyczne wykorzystuje się w urządzeniach elektrycznych, których praca wymaga wytworzenia dużego i odpowiednio skierowanego strumienia magnetycznego. Są to: maszyny elektryczne, transformatory, przyrządy pomiarowe, przekładniki, styczniki, elektromagnesy.



Rys. 48. Obwody magnetyczne:  
a) przekładnika elektromagnetycznego  
b) maszyny elektrycznej [1]

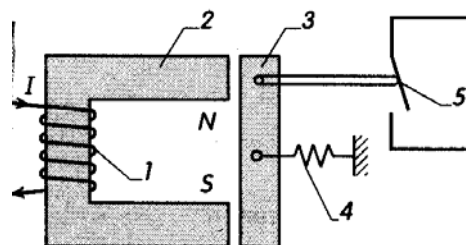


Rys. 49. Elektromagnes [1]

## Elektromagnes

Elektromagnes to podzespoły zdolne do wykonywania pracy mechanicznej podczas przyciągania elementów ferromagnetycznych. Praca ta wykonywana jest kosztem energii pola magnetycznego zwojnic z rdzeniem, przez którą musi przepłynąć prąd.

Budowa elektromagnesu z dwoma uzwojeniami umieszczonymi na rdzeniu ferromagnetycznym w kształcie litery C pokazana jest na rys. 49. Podczas przepływu prądu przez uzwojenia (3), pomiędzy rdzeniem (1) i ruchomą zworą (2) wykonaną z ferromagnetyka powstaje siła przyciągająca zworę do rdzenia. Przemieszczająca się zwora (2) może wykonywać najróżniejsze zadania, uruchamiając lub zatrzymując pracę określonych elementów i układów mechanicznych, dokonując przełączeń w układach elektrycznych. Elektromagnes wchodzi w skład podzespołów sterujących oraz łączeniowych, jakimi są przekaźniki i styczniki elektromagnetyczne.



Rys. 50. Elektromagnes napędzający zestyk przekaźnika lub stycznika [3]

Zasada działania przekaźnika lub stycznika elektromagnetycznego pokazana jest na rys. 50. Podczas przepływu prądu przez uzwojenie 1, zwora 3 przyciągana jest przez elektromagnes do rdzenia 2 oraz powoduje włączenie styku 5 przekaźnika. Po przerwaniu prądu w cewce 1 sprężyna 4 powoduje odciągnięcie zwory 3 i rozłączenie styku 5. Bez elektromagnesów trudno wyobrazić sobie budowę i działanie bardzo wielu skomplikowanych urządzeń.

## Transformatory, autotransformatory

**Transformator** – rys. 51 – jest urządzeniem działającym na zasadzie zjawiska indukcji elektromagnetycznej, a w szczególności wykorzystuje zjawisko indukcji wzajemnej. Składa się z dwóch magnetycznie sprzężonych ze sobą uzwojeń (cewek) – elementy 2, 3, nawiniętych na wspólnym rdzeniu ferromagnetycznym (1), który spełnia rolę obwodu magnetycznego. Uzwojenia transformatora nazywane są uzwojeniem pierwotnym i wtórnym.

Jeśli do uzwojenia pierwotnego zostanie doprowadzone napięcie sinusoidalnie zmienne  $U_1$ , to w uzwojeniu pierwotnym pod wpływem tego napięcia popłynie prąd sinusoidalnie zmienny. Tak jak prąd zmienia się strumień magnetyczny w rdzeniu. Spowoduje to indukowanie napięcia zmiennego  $U_2$  w uzwojeniu wtórnym. Napięcie to ma taki sam kształt, jak napięcie w uzwojeniu pierwotnym i wartość, którą można zapisać wzorem:

$$U_2 = n \cdot U_1$$

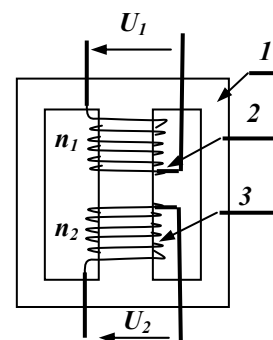
gdzie:  $n = \frac{n_2}{n_1}$ ,  $n$  – jest przekładnią zwojową transformatora,

$n_1$  – liczba zwojów w uzwojeniu pierwotnym,  $n_2$  – liczba zwojów w uzwojeniu wtórnym.

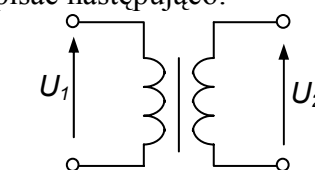
Jeśli ( $n_2 < n_1$ ) to transformator obniża napięcie. Stosunek prądu  $I_2$  płynącego w uzwojeniu wtórnym transformatora i prądu  $I_1$  płynącego w uzwojeniu pierwotnym jest odwrotnie proporcjonalny do przekładni zwojowej ( $n$ ) transformatora, co można zapisać następująco:

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{1}{n}$$

Korzystając z dwóch powyższych wzorów i wzoru na moc można wykazać, że w idealnym transformatorze (bez strat) moc po obu stronach transformatora jest taka sama.



Rys. 51. Budowa transformatorowa

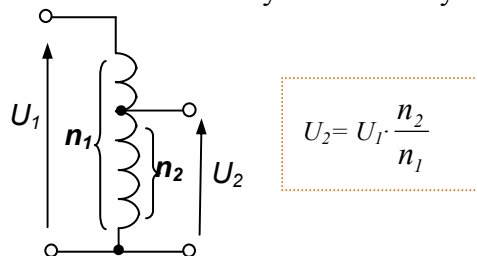


Rys. 52. Symbol graficzny transformatora stosowany na schematach elektrycznych

Na rys. 52 pokazany jest graficzny symbol transformatora stosowany na schematach elektrycznych. W codziennej praktyce najczęściej spotykamy transformatory sieciowe. W urządzeniach elektronicznych mają one do spełnienia dwie podstawowe funkcje:

- zmieniają napięcie sieciowe (230 V 50 Hz) na niższe (lub rzadziej na wyższe), izolują układ elektroniczny od części sieciowej (zapewniają izolację galwaniczną); oznacza to, że nie ma połączenia elektrycznego między siecią a układem elektronicznym zasilanym z uzwojenia wtórnego.

Urządzeniem nieco mniej rozpowszechnionym jest **autotransformator**, który może spełniać zadania podobne jak transformator, jednak nie posiada on dwóch niezależnych, odizolowanych uzwojeń więc nie zapewnia izolacji układu zasilanego od części sieciowej. Oznacza to, że ma on połączenie elektryczne między siecią a układem zasilanym, co czyni je mniej bezpiecznymi w eksploatacji. Schemat uzwojeń autotransformatora pozwalającego na obniżenie napięcia wyjściowego w stosunku do wejściowego pokazany jest na rys. 53.



Rys. 53. Układ połączeń elektrycznych autotransformatora

### Prawa obwodów magnetycznych

Dla analizy obwodów magnetycznych konieczna jest znajomość podstawowych praw tych obwodów.

**Prawo przepływu** ujmuje związek pomiędzy przepływem prądu, a natężeniem pola magnetycznego oraz długością odcinków linii pola w obwodzie magnetycznym i mówi, że **przeływ prądu  $\Theta$  równa się sumie iloczynów natężenia pola magnetycznego  $H_k$  i długości odcinków linii pola  $l_k$ , wzdłuż których natężenie pola nie zmienia się, na drodze zamkniętej  $l$** . Wyraża to wzór:

$$\Theta = \sum_{k=1}^n H_k l_k$$

gdzie:  $\Theta = I \cdot n$  – przepływ prądu

$H_k$  – natężenie pola wzdłuż odcinka obwodu  $l_k$

$k$  – numer kolejnego odcinka linii pola

Ilustrację prawa przepływu stanowi rys. 54, gdzie prąd  $I$  przepływający przez uzwojenie o liczbie zwojów  $n$  wytwarza pole magnetyczne. Na obwód magnetyczny składają się tu dwie części rdzenia w kształcie liter: U – odcinki  $l_1$ – $l_3$  oraz litery I – odcinek  $l_4$  wraz ze szczeliną powietrzną  $l_5$ .

Suma iloczynów natężenia pola  $H_k$  i odcinków drogi  $l_k$  nosi nazwę **siły magnetomotorycznej**, którą oznacza się jako  $F_m$ . Oznacza to, że siła magnetomotoryczna  $F_m$  jest liczbowo równa **przepływowi prądu**:

$$\Theta = I \cdot n, \quad F_m = \Theta = I \cdot n$$

Iloczyn natężenia pola  $H_k$  przez długość odcinka obwodu magnetycznego  $l_k$  nazywa się **napięciem magnetycznym  $U_{mk}$** :

$$U_{mk} = H_k \cdot l_k$$

Wobec tego stwierdzamy, że siła magnetomotoryczna jest równa sumie napięć magnetycznych w zamkniętym obwodzie magnetycznym.

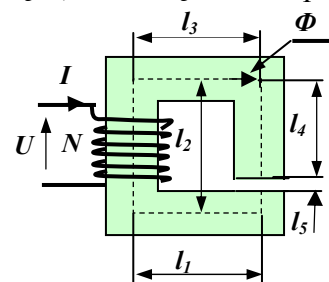
$$F_m = \sum_{k=1}^n U_{mk} = \sum_{k=1}^n H_k l_k$$

Powyższe równanie wyraża najprostszyp przypadk odpowiednika II prawa Kirchhoffa dla obwodu (oczka obwodu) magnetycznego, które dla obwodu z rys. 54 można zapisać w postaci równania:

$$\Theta = I \cdot n = H_1 l_1 + H_2 l_2 + H_3 l_3 + H_4 l_4 + H_5 l_5$$

Drugie prawo Kirchhoffa dla oczka obwodu magnetycznego mówi, że:

**Suma algebraiczna napięć magnetycznych w oczku obwodu jest równa sumie sił magnetomotorycznych działających w tym oczku.**



Rys. 54. Obwód magnetyczny nierozgałęziony, niejednorodny

$$\sum_{k=1}^n U_{mk} = \sum_n F_{mn} \text{ lub } \sum_n H_k l_k = \sum_n \Theta n$$

gdzie:  $k, n$  – wskaźniki sumowania przyjmujące wartości 1, 2, 3... zależnie od liczby odcinków obwodu ( $k$ ) i liczby ( $n$ ) zwojów z prądem, które wytwarzają pole magnetyczne w danym oczku obwodu.

Znak siły magnetomotorycznej musi uwzględniać kierunek nawinięcia uzwojenia i zwrot płynącego prądu; należy posługiwać się tu regułą prawej dłoni lub śruby prawoskrętnej (patrz punkt 4.4). Oprócz wymienionych wyżej wielkości pomocnymi w analizie obwodów magnetycznych są również dwie inne wielkości analogiczne do obwodów prądu elektrycznego. Wielkościami tymi są:

- strumień magnetyczny ( $\Phi$ ) – przepływający na danym odcinku obwodu (analogia do prądu w gałęzi obwodu elektrycznego),
- opór magnetyczny ( $R_m$ ) – zwany reluktancją (analogia rezystancji).

Dla ułatwienia założymy, że obwód magnetyczny na rys. 54 jest jednorodny, nie posiada szczeliny powietrznej i rdzeń wykonano z jednorodnego materiału o jednakowym przekroju ( $S$ ) i całkowitej długości linii pola  $l = l_1 + l_2 + l_3 + l_4 + l_5$ .

Wówczas prawo przepływu ma postać:

$$\Theta = H \cdot l \quad (\Theta = I \cdot n)$$

W punkcie 4.4.1 wprowadziliśmy równanie wiążące wielkości – natężenie pola, indukcję i strumień magnetyczny ( $H, B, \Phi$ ).  $B = \mu \cdot H$ ;  $\Phi = B \cdot S$ ;  $H = \frac{B}{\mu} = \frac{\Phi}{\mu \cdot S}$ ,

wobec tego: 
$$\Theta = \Phi \cdot \left( \frac{l}{\mu \cdot S} \right)$$

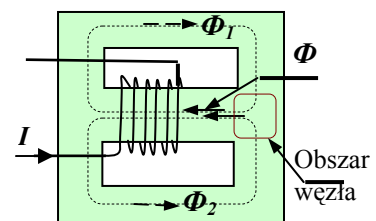
W powyższym równaniu oznaczmy:  $R_m = \frac{l}{\mu \cdot S}$  – wielkość którą nazywamy **oporem magnetycznym** lub **reluktancją**. Wielkość  $\Lambda = \frac{1}{R_m} = \frac{\mu \cdot S}{l}$  nazywa się **przewodnością magnetyczną** lub **permeancją**. Równania  $\Theta = \Phi \cdot R_m$  lub  $\Phi = \frac{\Theta}{R_m}$  **przez analogię z obwodem elektrycznym wyrażają prawo Ohma dla obwodu magnetycznego**. Z rozważań powyższych wynika, że w obwodach magnetycznych mamy wielkości będące odpowiednikami wielkości stosowanych w obwodach elektrycznych. Są to:  $\Phi \rightarrow I$ ;  $\Theta \rightarrow E$ ;  $R_m \rightarrow R$ .

### Obwody magnetyczne rozgałęzione

Posiadają one więcej niż jedno oczko (obwód), w którym zamykają się linie pola magnetycznego. Dla analizy obwodów magnetycznych rozgałęzionych, analogicznie z obwodami prądu elektrycznego wprowadza się również pojęcia:

- **węzeł obwodu magnetycznego,**
- **gałąź obwodu magnetycznego,**

oraz formułuje się I prawo Kirchhoffa dla obwodów magnetycznych. Istotę I prawa Kirchhoffa dla obwodów magnetycznych wyjaśnimy w oparciu o rys. 55, gdzie uzwojenie na środkowej kolumnie rdzenia, przez które przepływa prąd  $I$  wytwarza strumień magnetyczny  $\Phi$ . Strumień ten w bocznych odcinkach obwodu, rozgałęzia się na dwa



Rys. 55. Obwód magnetyczny rozgałęziony

strumieniu:  $\Phi_1$  i  $\Phi_2$ . Obszar, w którym rozgałęzia się strumień strumień jest węzłem obwodu magnetycznego.

**I prawo Kirchhoffa dla obwodu magnetycznego** dotyczy bilansu strumieni magnetycznych w węźle obwodu magnetycznego i mówi, że:

**W węźle obwodu magnetycznego suma strumieni dopływających jest równa sumie strumieni odpływających.** W naszym przypadku  $\Phi = \Phi_1 + \Phi_2$ .

W postaci uogólnionej prawo to stwierdza, że w węźle obwodu magnetycznego suma algebraiczna strumieni magnetycznych jest równa zeru, czyli  $\sum_{k=1}^b \Phi_k = 0$ ,

gdzie:  $k$  – wskaźnik numeru gałęzi,  $b$  – liczba gałęzi magnetycznych zbiegających się w węźle.

Zasady nadawania znaku strumieniom sumowanym są identyczne jak w obwodach z prądem, (+) – strumienie dopływające do węzła, (–) – strumienie odpływające od węzła.

### Obliczanie obwodów magnetycznych

Obliczanie obwodów magnetycznych konieczne jest podczas projektowania urządzeń lub podzespołów zawierających obwody magnetyczne (maszyny elektryczne, transformatory, przekładniki). Zadaniem projektanta jest zapewnienie w obwodzie wymaganego strumienia magnetycznego, niezawodności i bezpieczeństwa eksploatacji urządzenia i najmniejszego zużycia materiału.

W projektowaniu transformatorów należy dobrać wymiary i powierzchnię przekroju rdzenia oraz liczbę zwojów i wartość prądu w uzwojeniach dla uzyskania jak największej sprawności przetwarzania energii w transformatorze. Wymaga to uwzględnienia wielu uwarunkowań i parametrów ustalanych doświadczalnie.

Jedynie proste przypadki obwodów można analizować korzystając z informacji zawartych w Poradniku.

#### Przykład:

Dla obwodu magnetycznego jak na rys. 56 o znanych wymiarach i przy założonej wartości strumienia magnetycznego  $\Phi$  oraz przenikalności magnetycznej materiału rdzenia  $\mu$ , wyznacz wartości przepływu, indukcji magnetycznej i natężenia pola magnetycznego w rdzeniu i szczeliny powietrznej.

**Sposób postępowania:** Na podstawie II prawa Kirchhoffa dla oczka obwodu magnetycznego i przez analogię z obwodem elektrycznym możemy zapisać:  $\Theta = \Phi \cdot R_{mr} + \Phi \cdot R_{mp}$

$$R_{mr} = \frac{l}{\mu \cdot S}, \quad R_{mp} = \frac{\delta}{\mu_0 \cdot S_p}, \quad \text{gdzie; } R_{mr}, R_{mp} - \text{opory magnetyczne rdzenia i szczeliny,}$$

$l = 2 \cdot (c + d)$  – długość linii pola w rdzeniu,  $\delta$  – długość linii pola w szczelinie

$S = a \cdot b$  – powierzchnia przekroju rdzenia i tu przyjęta powierzchnia przekroju szczeliny

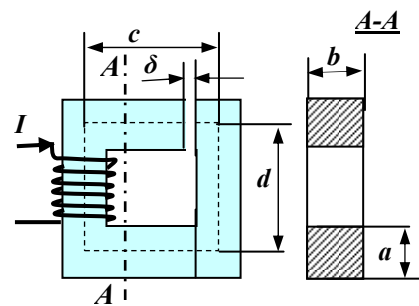
$S_p$  – powierzchnia szczeliny ( $S_p \approx S$ ).

$$\text{Wymagany przepływ prądu wynosi: } \Theta = \Phi \left( \frac{l}{\mu \cdot S} + \frac{\delta}{\mu_0 \cdot S_p} \right).$$

Indukcja magnetyczna w rdzeniu ma wartość:  $B = \frac{\Phi}{S}$ , zaś w szczelinie powietrznej  $B_p = \frac{\Phi}{S_p}$ .

Natężenie pola magnetycznego w rdzeniu można obliczyć jeśli znamy wartość przenikalności:

$$H = \frac{B}{\mu}, \quad \text{lub należy odczytać z charakterystyki magnesowania materiału rdzenia } B(H).$$



Rys. 56. Obwód magnetyczny niejednorodny, ze szczeliną powietrzną

Natężenia pola magnetycznego w szczelinie:  $H_p = \frac{B_p}{S_p}$

Ponieważ  $\mu \gg \mu_0$  to  $H_p \gg H$ .

Znając wartość przepływu  $\Phi = I \cdot n$  możemy dobrać wartości  $I, n$  uwzględniając warunki zasilania i chłodzenia uzwojenia.

Obliczanie obwodów bardziej złożonych i przy inaczej formułowanych założeniach można prześledzić w literaturze, np. [1].

#### 4.5.2. Pytania sprawdzające

Odpowiadając na pytania, sprawdzisz, czy jesteś przygotowany do wykonania ćwiczeń.

1. Co to są obwody magnetyczne i gdzie są stosowane?
2. Jak jest zbudowany i działa elektromagnes?
3. Do czego stosuje się elektromagnesy?
4. Jak jest zbudowany i działa transformator?
5. Jak zbudowany jest i do czego służy autotransformator?
6. Co nazywamy węzłem obwodu magnetycznego?
7. Co nazywamy gałęzią obwodu magnetycznego?

#### 4.5.3. Ćwiczenia

##### Ćwiczenie 1

Określ wartości napięć  $U_2, U_3$  po stronie wtórnej transformatora, którego schemat przedstawia rys. 57. Napięcie  $U_1 = 230 \text{ V}$ ,  $n_1 = 1200$  zwojów,  $n_2 = 120$  zwojów,  $n_3 = 1500$  zwojów.

Sposób wykonania ćwiczenia

Aby wykonać ćwiczenie powinieneś:  
narysować schemat uzwojeń, zapisać wzory na przekładnię napięciową oraz zwojową, przyjmując, że są one sobie równe i obliczać wartości nieznanymi wielkościami.

Wyposażenie stanowiska pracy:

- literatura.

##### Ćwiczenie 2

W transformatorze, którego schemat uzwojeń pokazano na rys. 57 mamy: napięcie  $U_1 = 230 \text{ V}$ ,  $n_1 = 1200$  zwojów,  $n_2 = 1200$  zwojów,  $n_3 = 600$  zwojów.

Napięcia  $U_2, U_3$  mają wartości: a) 230 V, 120 V; b) 230 V, 115 V, c) 100 V, 200 V?

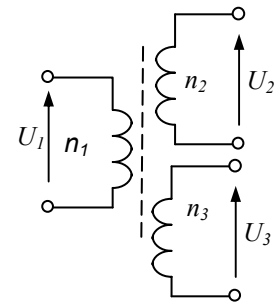
Sposób wykonania ćwiczenia

Aby wykonać ćwiczenie powinieneś:

- 1) narysować schemat uzwojeń, zapisać wzory na przekładnię napięciową oraz zwojową, przyjmując, że są one sobie równe i obliczać wartości nieznanymi wielkościami.

Wyposażenie stanowiska pracy:

- literatura.



Rys. 57. Przykład schematu uzwojeń transformatora



### Ćwiczenie 3

Mamy transformator 1-fazowy na napięcie  $U_1 = 230 \text{ V}$  o liczbie zwojów  $n_1 = 920$ . Aby uzyskać napięcie wtórne  $U_2 = 24 \text{ V}$  należy nawinąć liczbę zwojów  $n_2$ : a) 240, b) 120, c) 96, d) 140?

Sposób wykonania ćwiczenia

Aby wykonać ćwiczenie powinieneś:

- 1) narysować schemat uzwojeń, zapisać wzory na przekładnię napięciową oraz zwojową, przyjąć, że są one sobie równe i obliczać wartości nieznanymi wielkości.

Wyposażenie stanowiska pracy:

– literatura.

### Ćwiczenie 4

Autotransformator posiada uzwojenie o liczbie zwojów  $n_1 = 1150$ , na napięcie  $U_1 = 230 \text{ V}$ . Z jaką liczbą zwojów  $n_2$  należy wykonać odczep dla uzyskania napięcia wtórnego  $U_2 = 24 \text{ V}$ ?

Sposób wykonania ćwiczenia

Aby wykonać ćwiczenie powinieneś:

- 1) narysować schemat uzwojeń, zapisać wzory na przekładnię napięciową oraz zwojową, przyjąć, że są one sobie równe i obliczać wartości nieznanymi wielkości.

Wyposażenie stanowiska pracy:

– literatura.

### Ćwiczenie 5

Zapoznaj się z budową i parametrami przekładników elektromagnetycznych, zbadaj ich działanie.

Sposób wykonania ćwiczenia

Aby wykonać ćwiczenie powinieneś:

- 1) zapoznać się z budową i parametrami przekładnika i stycznika elektromagnetycznego; z danych katalogowych lub napisów na obudowach wynotuj:
  - a) jakiego rodzaju i jakiej wartości napięciem należy zasilić cewkę dla poprawnego działania,
  - b) jakie wartości prądu i napięcia można połączyć za pomocą tego typu elementów,
- 2) narysować i opisać, jak zbudowany jest jego obwód magnetyczny,
- 3) przedyskutować i zapisać, od czego zależy wartość przełączanego za pomocą przekładnika prądu i napięcia,
- 4) zmierzyć wartości napięcia zadziałania i zwalniania zwory elektromagnesu przekładnika z cewką na niskie napięcie stałe (12 V lub 24 V); zanotuj wartości napięcia i podaj uzasadnienie dla zaobserwowanej różnicy wartości napięć zadziałania i zwalniania zwory.

Wyposażenie stanowiska pracy:

- przekładniki, styczniki różnego typu, ich karty katalogowe
- zasilacze dla zasilania cewek przekładników i styczników,
- woltomierze, amperomierze, multimetry prądu stałego i przemiennego.

## Ćwiczenie 6

Zapoznaj się z budową i zasadą działania wybranego modelu silnika elektrycznego, wyjaśnij jego działanie.

Sposób wykonania ćwiczenia

Aby wykonać ćwiczenie powinieneś:

- 1) zapoznać się z budową i parametrami silniczka; z danych katalogowych lub napisów na obudowach wynotować: rodzaj i wartość napięcia zasilającego, zmierzyć rezystancję uzwojeń, krótko scharakteryzować szczegóły budowy,
- 2) narysować schemat uzwojeń silnika,
- 3) narysować i opisać, jak zbudowany jest jego obwód magnetyczny,
- 4) krótko opisać zjawisko fizyczne wykorzystywane w zasadzie działania silnika,
- 5) jeśli to możliwe podłączyć napięcie zasilające i sprawdzić działanie,
- 6) ustalić i zapisać w jakich warunkach badany silnik mógłby zmienić kierunek obrotów,
- 7) zapisać czy i w jakich warunkach badany silnik mógłby pracować jako prądnica?

Wyposażenie stanowiska pracy:

- egzemplarze silnika małej mocy, informacje katalogowe,
- źródło zasilania dla silnika,
- woltomierze, amperomierze, multimetry, literatura.

### 4.5.4. Sprawdzian postępów

Czy potrafisz?

- 1) wyjaśnić, co to są obwody magnetyczne?
- 2) wyjaśnić, z jakich materiałów wykonuje się obwody magnetyczne?
- 3) narysować i wyjaśnić budowę oraz działanie transformatora?
- 4) wyjaśnić, co to jest przekładnia zwojowa lub napięciowa transformatora?
- 5) narysować i wyjaśnić budowę i działanie elektromagnesu?
- 6) wyjaśnić, do czego stosuje się elektromagnesy?
- 7) wyjaśnić różnice w budowie transformatora i autotransformatora?
- 8) wyjaśnić, co nazywamy węzłem obwodu magnetycznego?
- 9) wyjaśnić, co nazywamy gałęzią obwodu magnetycznego?
- 10) wyjaśnić, jak zbudowany jest i jak działa przekładnik elektromagnetyczny?

Tak Nie

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

## 4.6. Układy trójfazowe

### 4.6.1. Materiał nauczania

**Informacje wstępne**

**Układem trójfazowym nazywamy zbiór trzech obwodów elektrycznych, w którym działają trzy napięcia źródłowe, sinusoidalnie zmienne o jednakowej częstotliwości, przesunięte względem siebie w fazie o kąt  $120^\circ$  i wytwarzane w jednym źródle energii.**

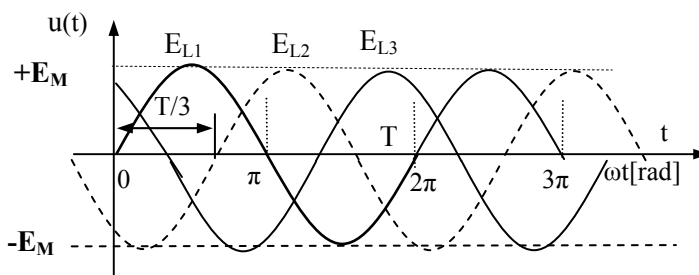
Najczęściej napięcia trójfazowe wytwarzane są w prądnicach zwanych generatorami trójfazowymi<sup>2</sup>.

Zasada budowy i działania prądnicy trójfazowej jest podobna do opisanej w rozdziale 4.1 prądnicy prądu zmiennego. Prądnica trójfazowa musi posiadać trzy uzwojenia, w których indukują

<sup>2</sup> Pionierem techniki prądu trójfazowego był Michał Doliwo-Dobrowolski (1862–1919), elektrotechnik polskiego pochodzenia, działający w Niemczech. W 1988 r. zbudował indukcyjną maszynę trójfazową, w 1891 – linię trójfazową wysokiego napięcia.

się napięcia. Uzwojenia te rozmieszczone są na stojanie i ustawione są względem siebie pod kątem  $120^\circ$ . Wirnik prądnicy, który wytwarza pole magnetyczne wiruje z prędkością kątową  $\omega = 2\pi f$ , taką że częstotliwość wytwarzanego napięcia w Polsce i w krajach Europy wynosi 50 Hz (w USA 60 Hz).

Wirujące pole magnetyczne wirnika przecina się kolejno z uzwojeniami, które nazywa się uzwojeniami fazowymi prądnicy, a ich zaciski wyjściowe oznacza się jako: **L1**, **L2**, **L3**. W takiej kolejności przebiegania pola magnetycznego względem uzwojeń stojana, indukowane są trzy siły elektromotoryczne. Przebiegi czasowe SEM indukowanych w uzwojeniach prądnicy trójfazowej pokazane są na rys. 58. Są one opóźnione względem siebie o  $1/3$  okresu  $T$  obrotu wirnika, co ilustruje też wykres wektorowy na rys. 59.



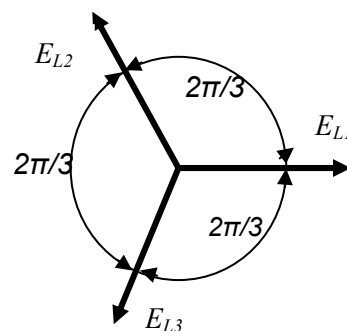
Rys. 58. Przebiegi czasowe napięcia trójfazowego

W mierze kątowej oznacza to wartość kąta opóźnienia równą:  $(\frac{2\pi}{3})$  [rad] =  $120^\circ$ . Przy jednakowych liczbach zwojów trzech uzwojeń stojana, amplitudy  $E_m$  indukowanych SEM są jednakowe i wówczas mówi się o **symetrycznym źródle trójfazowym**. Wykres wektorowy dla symetrycznego źródła napięcia trójfazowego pokazany jest na rys. 49. Przebieg zmienności indukowanych SEM można wyrazić równaniami:

$$e_{L1} = E_m \sin \omega t,$$

$$e_{L2} = E_m \sin(\omega t - \frac{2\pi}{3}) = E_m \sin(\omega t + \frac{\pi}{3}),$$

$$e_{L3} = E_m \sin(\omega t - \frac{4\pi}{3}) = E_m \sin(\omega t + \frac{2\pi}{3}).$$



Rys. 59. Wykres wektorowy napięcia trójfazowego

Wobec tego można stwierdzić, że na napięcie trójfazowe składają się trzy napięcia sinusoidalne, o jednakowych amplitudach, przesunięte względem siebie o kąt fazowy  $120^\circ = \frac{2\pi}{3}$  [rad] i wytworzone w jednym źródle. **Każdy z obwodów źródła trójfazowego nazywamy fazą** tego obwodu. Każde z uzwojeń prądnicy można traktować jako oddzielne źródło napięcia, do którego można dołączać niezależne odbiorniki.

Jeżeli fazy układu wielofazowego nie są połączone galwanicznie, a zatem tworzą trzy niezależne obwody, to taki układ nazywamy **nieskojarzonym**.

W przypadku zaś połączenia tych obwodów otrzymuje się **układ skojarzony** i z takimi układami spotykamy się w technice.

Oprócz źródeł napięcia 3-fazowego, jakimi są prądnice, możemy spotkać się ze źródłami elektronicznymi, w postaci tranzystorowych falowników napięcia. Są to nowoczesne urządzenia energoelektroniczne, pozwalające na przetwarzanie energii prądu stałego lub prądu przemiennego na prąd trójfazowy z płynną regulacją wartości napięcia i jego częstotliwości. Urządzenia te stosowane są do zasilania i sterowania pracą silników 3-fazowych o zróżnicowanym poziomie mocy i stwarzają możliwości swobodnego sterowania ich prędkością i kierunkiem wirowania.

## Układy połączeń źródeł trójfazowych

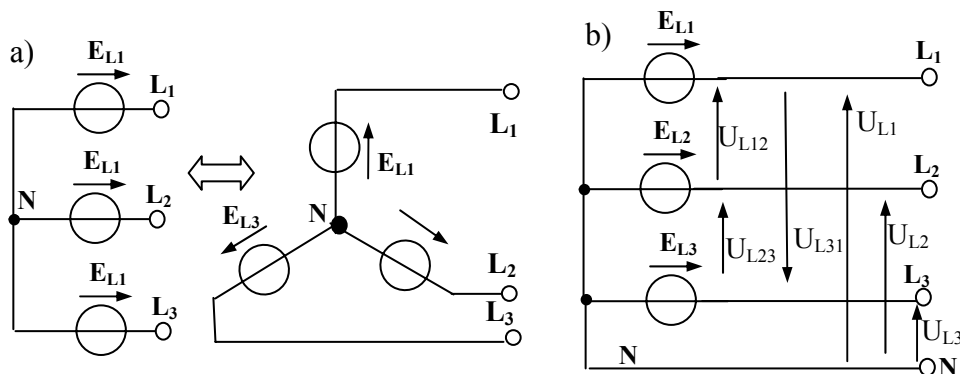
### Źródło 3-fazowe połączone w gwiazdę

Zależnie od sposobu połączenia faz źródła trójfazowego wyróżniamy układy **gwiazdy** i **trójkąta**. Na rys. 60 pokazane są schematy połączeń źródła trójfazowego skojarzonego

w gwiazdę. Zaciski oznaczone jako **L1, L2, L3** (w starszych oznaczeniach **R, S, T**) nazywa się **fazowymi**. Punkt wspólny dla wszystkich faz nazywa się **neutralnym N**. Zależnie od tego, czy punkt neutralny jest wyprowadzany do odbiornika wyróżniamy układy: **trójprzewodowy** (rys. 60a) **lub czteroprzewodowy** (rys. 60b).

Na zaciskach źródła trójfazowego skojarzonego w gwiazdę rozróżnia się dwa rodzaje napięć:

- **napięcia fazowe** – pomiędzy zaciskiem fazowym i punktem neutralnym; są to napięcia  $U_{L1}, U_{L2}, U_{L3}$ ,
- **napięcia międzyfazowe** – występują pomiędzy przewodami fazowymi; są to napięcia:  $U_{L12}, U_{L23}, U_{L31}$ .



**Rys. 60.** Schematy układów trójfazowych źródeł napięcia skojarzonych w gwiazdę: a) układ trójprzewodowy, b) układ czteroprzewodowy

Zgodnie z drugim prawem Kirchhoffa dla obwodów prądu przemiennego, wartość chwilowa każdego z napięć międzyfazowych jest równa różnicy wartości chwilowych napięć fazowych, co można wyrazić równaniami:

$$U_{L12} = U_{L1} - U_{L2},$$

$$U_{L23} = U_{L2} - U_{L3},$$

$$U_{L31} = U_{L3} - U_{L1}.$$

Z analizy obwodów prądu zmiennego wynika, że wartości amplitud lub wartości skuteczne napięć i prądów można wyznaczać na podstawie działania na wektorach symbolizujących te wielkości. W odniesieniu do wartości skutecznych napięć fazowych i ich kątów fazowych zawartych w kierunkach i zwrotach wektorów symbolizujących te napięcia można zapisać równania wektorowe:

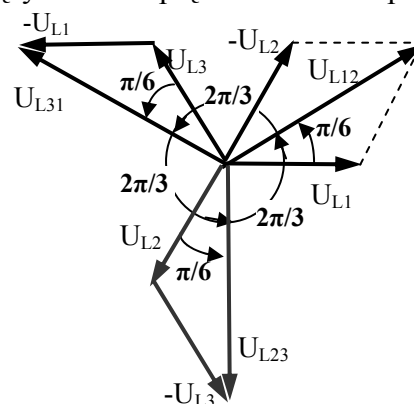
$$\vec{U}_{L12} = \vec{U}_{L1} - \vec{U}_{L2}$$

$$\vec{U}_{L23} = \vec{U}_{L2} - \vec{U}_{L3}$$

$$\vec{U}_{L31} = \vec{U}_{L3} - \vec{U}_{L1}$$

Wartości napięć międzyfazowych można wyznaczyć na podstawie wykresu wektorowego, który przedstawiony jest na rys. 61. Po uwzględnieniu zależności trygonometrycznych dotyczących trójkąta tworzącego napięcie  $U_{L12}$  można zauważyć, że napięcie międzyfazowe ma wartość:

$$U_{L12} = 2U_{L1} \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3} \cdot U_{L1}.$$



**Rys. 61.** Wykres wektorowy napięć fazowych i międzyfazowych trójfazowego źródła połączonego w gwiazdę

Identyczna zależność obowiązuje dla pozostałych napięć w układzie. Układ gwiazdowy połączenia źródła trójfazowego z przewodem neutralnym jest najczęściej stosowanym układem w sieciach zasilających niskiego napięcia. Odbiorcy energii z sieci energetycznej mają do dyspozycji dwie wartości napięcia:

- napięcie fazowe 230V, które jest powszechnie stosowane do zasilania jednofazowych odbiorników w gospodarstwach domowych,
- napięcie międzyfazowe o wartości  $\sqrt{3} \cdot 230 \text{ V} \approx 400 \text{ V}$ , które wykorzystywane jest do zasilania odbiorników trójfazowych, głównie silników i grzejników. **Napięcia międzyfazowe są również napięciami sinusoidalnymi.**

**Gwiazdowy, czteroprzewodowy układ źródła 230/400 V stosowany w sieciach energetycznych niskiego napięcia zwykle posiada uziemiony punkt neutralny N, ze względu na bezpieczeństwo odbiorców energii elektrycznej.**

### Źródła trójfazowe połączone w trójkąt

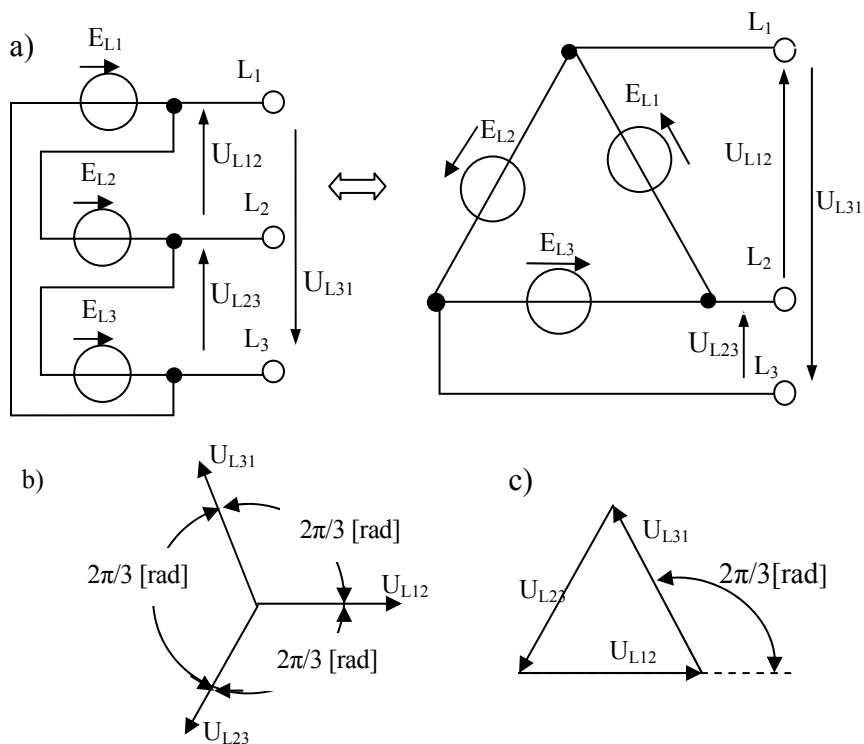
Układ połączenia źródła w trójkąt (symbol  $\Delta$ ) uzyskuje się łącząc zacisk końcowy jednej fazy z zaciskiem początkowym następnego fazy i przyłączając linię wyjściową do powstałego węzła.

W ten sposób zostanie utworzony obwód zamknięty złożony ze źródeł idealnych (rys. 62a), w którym w każdej chwili suma chwilowych wartości SEM indukowanych w trzech fazach jest równa zero, a przechodząc na wartości skuteczne i reprezentację wektorową suma geometryczna napięć źródeł też jest równa zero (rys. 62c):

$$\vec{U}_{L12} + \vec{U}_{L23} + \vec{U}_{L31} = 0$$

Oznacza to, że **prąd w układzie trójkąta źródła nie obciążonego odbiornikiem nie może płynąć. Źródło połączone w trójkąt daje możliwość korzystania tylko z jednej wartości napięcia.**

W układzie  $\Delta$  wartości skuteczne napięć fazowych i międzyfazowych są sobie równe  $U = U_f$ , a sieć przewodów źródła może być tylko trójprzewodowa.



**Rys. 62.** a) Schematy trójfazowego źródła napięcia połączonego w trójkąt, b, c) wykresy wektorowe jego napięć

Wykres wektorowy napięć źródła połączonego w trójkąt może być rysowany dwójako:

- wektory prowadzone ze wspólnego początku (rys. 62b),
- w postaci trójkąta wektorów nie mających wspólnego punktu początkowego (rys. 62c).

Suma wektorowa napięć źródła połączonego w układ trójkąta wynosi zero co wskazuje na to, że suma wartości chwilowych napięć źródłowych w oczku utworzonym ze źródeł jest równa zero. W takim obwodzie bez obciążenia prąd nie płynie.

### Układy odbiorników trójfazowych

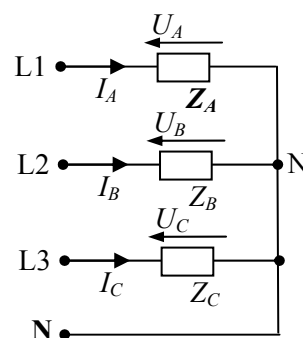
W układach trójfazowych, w zależności od rodzaju i przeznaczenia odbiornika, stosuje się połączenie w **gwiazdę** lub w **trójkąt** trzech gałęzi, którymi w ogólności są trzy impedancje. **Odbiornik trójfazowy** może być: **symetryczny** – jeśli impedancje w poszczególnych fazach są tego samego rodzaju (rezystancyjne, indukcyjne lub pojemnościowe), ich moduły i kąty fazowe są jednakowe lub **niesymetryczny** – jeśli nie są spełnione te warunki. Odbiornik trójfazowy, mający równe co do wartości moduły impedancji we wszystkich trzech fazach, ale różniący się wartością lub znakiem kąta fazowego, jest odbiornikiem niesymetrycznym.

### Odbiornik w układzie gwiazdy

W symetrycznym odbiorniku trójfazowym **połączonym w gwiazdę** (rys. 63), zasilanym z sieci trójprzewodowej lub czteroprzewodowej, suma wartości chwilowych prądów fazowych jest równa zero.

Oznacza to, że również suma geometryczna wektorów odpowiadających wartościom skutecznym prądów fazowych jest równa zero:

$$\vec{I}_A + \vec{I}_B + \vec{I}_C + 0$$



Rys. 63. Odbiornik trójfazowy połączony w gwiazdę, czteroprzewodowy

Równanie powyższe oznacza, że w przewodzie neutralnym łączącym punkty N odbiornika symetrycznego i źródła symetrycznego prąd nie płynie ( $I_N = 0 A$ ). Gdy wartości skuteczne prądów w poszczególnych fazach są sobie równe,  $I_A = I_B = I_C$  oraz wszystkie impedancje odbiornika mają jednakowy charakter, to w takim przypadku przewód neutralny jest zbędny. W rzeczywistości zwykle **mamy odbiorniki niesymetryczne i przewód neutralny łączący punkt N odbiornika z punktem N źródła jest konieczny.**

Zasilane z sieci przemysłowej odbiorniki trójfazowe przyłączane są linią czteroprzewodową: trzy przewody fazowe i przewód neutralny. Przewód neutralny prowadzony z punktu neutralnego źródła jest zwykle uziemiony gdy źródłem tym jest uzwojenie wtórne transformatora. Potencjał punktu neutralnego jest wtedy zerowy,  $V_N = 0 V$  (potencjał ziemi). W przewodzie neutralnym płynie prąd wyrównawczy stanowiący sumę geometryczną prądów fazowych. **Wartość natężenia prądu wskazywana przez amperomierz, umieszczony w przewodzie neutralnym, nie jest sumą arytmetyczną wskazań natężeń prądów fazowych, a wypadkową wynikającą z wartości kątów fazowych i wartości chwilowych prądów.** W terminologii wykresów wektorowych prąd w przewodzie neutralnym jest sumą geometryczną (wektorową) wskazów prądów z poszczególnych faz.

Wartość skuteczną prądu płynącego w fazach odbiornika oblicza się z zależności:

$$I_f = \frac{U_{ph}}{Z_{ph}}, \text{ gdzie } I_f, U_f, Z_f \text{ to prąd, napięcie i impedancja danej fazy odbiornika.}$$

Sieć trójfazowa w nowoczesnych instalacjach jest siecią pięcioprzewodową, gdyż równolegle z przewodem neutralnym N stosowany jest przewód ochronny, na schematach oznaczany jako PE. **Przewód PE jest połączony z punktem neutralnym N źródła i z ziemią (uziemiany) i wchodzi on w skład systemu ochrony przeciwporażeniowej.**

**Dla przewodów ochronnych PE zalecany jest żółto-zielony kolor izolacji.** Nie mogą one przewodzić żadnych prądów wynikających z normalnej eksploatacji odbiornika. Przewody ochronne PE nie mogą być łączone z częściami odbiornika znajdującymi się pod napięciem warunkach w normalnych warunkach pracy. Dla bezpieczeństwa użytkowników z przewodem PE powinny być połączone przewodzące części obudów odbiorników dostępne dla dotyku użytkownika.

### Układ połączeń odbiornika w trójkąt

Odbiorniki o impedancjach  $Z_{AB}$ ,  $Z_{BC}$ ,  $Z_{CA}$  włącza się pomiędzy przewody fazowe jak na rys. 64. Nie ma tu możliwości wyróżnienia (jak w układzie gwiazdy) dwóch rodzajów napięć fazowych i międzyfazowych, gdyż napięcia zasilające każdą z faz odbiornika jest napięciem międzyfazowym źródła, bez względu na to, czy obciążenie jest symetryczne, czy niesymetryczne. Natomiast prądy  $I_A$ ,  $I_B$ ,  $I_C$  płynące w przewodach linii zasilającej (**prądy przewodowe**) będą się różniły od prądów płynących w fazach odbiornika  $I_{AB}$ ,  $I_{BC}$ ,  $I_{CA}$ .

Przy obciążeniu symetrycznym, gdy impedancje odbiornika są jednakowe:

$$Z_{AB} = Z_{BC} = Z_{CA} = Z_f$$

i są tego samego rodzaju to wartości skuteczne natężeń prądów fazowych płynących w fazach odbiornika są sobie równe:

$$I_f = I_{AB} = I_{BC} = I_{CA} = \frac{U}{Z_f} = \frac{U_{L12}}{Z_{CA}}$$

Wartości skuteczne prądów przewodowych, ze względu na symetryczne obciążenie, są sobie równe, zatem  $I_A = I_B = I_C = I$ .

Wartość skuteczna prądu przewodowego (płynącego w przewodach linii zasilających) wyraża się wzorem:

$$I = \sqrt{3} I_f$$

**Oznacza to, że prądy w przewodach zasilających symetrycznego odbiornika połączonego w układ trójkąta są  $\sqrt{3}$  razy większe od prądów w poszczególnych fazach odbiornika.**

### Moc w układach trójfazowych

W układach trójfazowych, analogicznie do układów 1-fazowych, wyróżnia się moc czynną, bierną i pozorną. Dla każdej z faz A, B, C odbiornika określa się je następująco:

- moc czynna  $P_A = U_A I_A \cos\varphi_A$ ;  $P_B = U_B I_B \cos\varphi_B$ ;  $P_C = U_C I_C \cos\varphi_C$ ,
- moc bierna  $Q_A = U_A I_A \sin\varphi_A$ ;  $Q_B = U_B I_B \sin\varphi_B$ ;  $Q_C = U_C I_C \sin\varphi_C$ ,
- moc pozorna  $S_A = U_A I_A$ ;  $S_B = U_B I_B$ ;  $S_C = U_C I_C$ ,

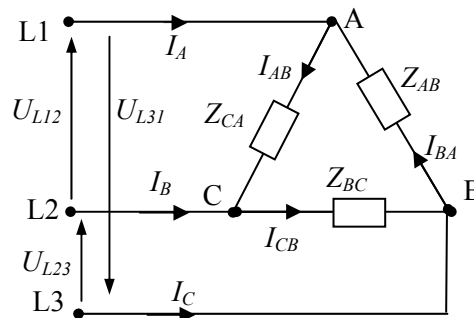
gdzie:  $U$ ,  $I$  – oznaczają wartości skuteczne napięcia i prądu każdej z faz odbiornika.

**Dla wyznaczenia każdego rodzaju mocy pobieranej przez odbiornik należy określić sumę każdego rodzaju mocy pobieranej przez trzy fazy odbiornika:**

$$P = P_A + P_B + P_C,$$

$$Q = Q_A + Q_B + Q_C,$$

$$S = S_A + S_B + S_C.$$



Rys. 64. Trójfazowy odbiornik w układzie trójkąta

Należy pamiętać, że znak mocy biernej zależy od charakteru impedancji odbiornika. Oczywiście jest, że w przypadku odbiorników symetrycznych wystarczy potroić moc jednej fazy dla określenia mocy całego odbiornika.

Pomiary mocy czynnej w obwodach prądu przemiennego wykonuje się za pomocą watomierzy. Do pomiarów mocy biernej można stosować watomierze. Moc pozorną można określać z pomiaru prądu i napięcia na odbiorniku lub na podstawie wartości mocy czynnej i biernej oraz trójkąta mocy. Więcej informacji na ten temat zamieszczono w rozdziale 4.7 Poradnika.

## 4.6.2. Pytania sprawdzające

Odpowiadając na pytania, sprawdzisz, czy jesteś przygotowany do wykonania ćwiczeń.

1. Jakie źródła napięcia nazywamy trójfazowymi?
2. Jaki jest przebieg czasowy i wykres wektorowy napięcia trójfazowego?
3. Jakimi równaniami można opisać napięcie 3-fazowe?
4. Co nazywamy fazą układu trójfazowego?
5. W jakie układy można łączyć źródła i odbiorniki 3-fazowe?
6. Które napięcia źródła 3-fazowego nazywamy fazowymi i międzyfazowymi?
7. Jaka jest różnica pomiędzy wartościami napięć fazowych i międzyfazowych?
8. Jak zbudowany jest odbiornik 3-fazowy połączony w gwiazdę, a jak połączony w trójkąt?
9. Jaki odbiornik i źródło 3-fazowe nazywamy symetrycznymi?
10. Jak określa się wartość mocy pobranej przez odbiornik 3-fazowy symetryczny?
11. Jakie wartości napięcia występują w energetycznej sieci 3-fazowej niskiego napięcia?

## 4.6.3. Ćwiczenia

### Ćwiczenie 1

Przeprowadź badania transformatora 3-fazowego.

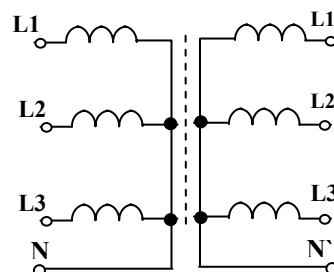
Sposób wykonania ćwiczenia

Aby wykonać ćwiczenie powinieneś:

- 1) narysować schemat połączeń uzwojeń badanego transformatora trójfazowego (porównać z rys. 65),
- 2) wykonać pomiary i zanotować wartości napięć fazowych i międzyfazowych po stronie wtórnej uzwojeń transformatora.  
 $U_1 = \dots\dots\dots$      $U_2 = \dots\dots\dots$      $U_3 = \dots\dots\dots$   
 $U_{12} = \dots\dots\dots$      $U_{23} = \dots\dots\dots$      $U_{31} = \dots\dots\dots$ ,
- 3) ocenić i zanotować, czy zbadany transformator można traktować jako symetryczne źródło napięcia trójfazowego,
- 4) obliczyć wartości maksymalne napięć fazowych po stronie wtórnej transformatora, zapisać równania opisujące przebieg zmienności tych napięć,
- 5) narysować wykresy czasowe i wektorowe pomierzonych napięć fazowych w obwodzie.

Wyposażenie stanowiska pracy:

- transformatory 3-fazowe obniżające napięcie,
- woltomierze napięcia zmiennego.



Rys. 65. Przykład schematu układu połączeń uzwojeń transformatora trójfazowego



## Ćwiczenie 2

Zbadaj i zapisz różnice w budowie transformatora impulsowego i transformatora sieciowego, zbadaj parametry transformatora 1-fazowego.

Sposób wykonania ćwiczenia

Aby wykonać ćwiczenie powinieneś:

- 1) poznać i zapisać różnice w budowie rdzeni transformatorów impulsowych i sieciowych,
- 2) zmierzyć i zanotować wartości rezystancji i indukcyjności uzwojeń transformatora,
- 3) narysować szkic budowy i schemat uzwojeń badanego transformatora, na rysunkach oznaczyć uzwojenie sieciowe, uzwojenia wtórne i na schemacie zapisać zmierzone parametry,
- 4) po zatwierdzeniu wyników pomiarów i ustaleń przez nauczyciela, zachowując zasady bhp podłączyć napięcie zasilające do uzwojenia pierwotnego, zmierzyć i zanotować wartości napięcia pierwotnego i wtórnego, obliczyć przekładnię napięciową transformatora,
- 5) uwzględniając, że indukcyjność uzwojeń jest wprost proporcjonalna do kwadratu liczby zwojów obliczyć stosunek liczb zwojów uzwojeń pierwotnego do wtórnego z zależności:  $\left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 = \frac{L_1}{L_2}$ ,  
sprawdzić, czy jest on równy stosunkowi napięć  $U_1/U_2$ .

Wyposażenie stanowiska pracy:

- transformatory 1-fazowe obniżające napięcie oraz impulsowe z rdzeniami ferrytowymi,
- omomierze, mierniki indukcyjności, woltomierze napięcia zmiennego.

## Ćwiczenie 3

Przeanalizuj parametry pracy odbiornika trójfazowego złożonego z 3 żarówek o mocy  $P_1 = P_2 = P_3 = 100 \text{ W}$ , połączonych w gwiazdę i podłączonych do sieci trójfazowej czteroprzewodowej o napięciu fazowym  $U_F = 230 \text{ V}$ .

Sposób wykonania ćwiczenia

Aby wykonać ćwiczenie powinieneś:

- 1) narysować schemat obwodu, zaznaczyć zwroty prądów i napięć w obwodzie,
- 2) obliczyć wartości prądów fazowych odbiornika i przewodowych linii zasilających,
- 3) obliczyć moc czynną, bierną i pozorną pobieraną przez odbiornik,
- 4) narysować wykresy wektorowe prądów i napięć.

Wyposażenie stanowiska pracy:

- transformatory 1-fazowe obniżające napięcie oraz impulsowe z rdzeniami ferrytowymi,
- omomierze, mierniki indukcyjności, woltomierze napięcia zmiennego.

## Ćwiczenie 4

Przeanalizuj parametry pracy odbiornika trójfazowego złożonego z 3 grzałek o rezystancji  $R = 20\Omega$  połączonych w trójkąt i zasilonych z sieci trójfazowej o napięciu fazowym  $U_o = 230 \text{ V}$ .

Sposób wykonania ćwiczenia

Aby wykonać ćwiczenie powinieneś:

- 1) narysować schemat obwodu, zaznaczyć zwrot prądu i napięć w obwodzie,
- 2) obliczyć wartości napięcia międzyfazowego źródła, prądów fazowych odbiornika oraz w przewodach łączących źródło z odbiornikiem,
- 3) obliczyć moc pobieraną przez 1 i przez 3 grzałki,
- 4) narysować wykresy wektorowe napięć i prądów obwodu.

Wyposażenie stanowiska pracy:

- literatura.

#### 4.6.4. Sprawdzian postępów

Czy potrafisz:

- |   | Tak                      | Nie                      |
|---|--------------------------|--------------------------|
| 1) zdefiniować pojęcia układu trójfazowego i źródła trójfazowego?                               | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 2) narysować przebiegi czasowe i wykres wektorowy napięcia trójfazowego?                        | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 3) narysować układy pracy źródeł 3-fazowych?  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 4) narysować układy pracy odbiorników 3-fazowych?   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 5) zdefiniować pojęcia odbiornika symetrycznego i niesymetrycznego?                             | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 6) zdefiniować napięcia fazowe i międzyfazowe źródła pracującego w układzie gwiazdy i trójkąta? | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 7) określić wartości napięć fazowych i międzyfazowych w sieci energetycznej niskiego napięcia?  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 8) zmierzyć wartości napięć źródła 3-fazowego?  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 9) określić wartość mocy czynnej pobieranej przez odbiornik 3-fazowy?                           | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

### 4.7. Pomiary wielkości charakteryzujących obwody prądu przemiennego jednofazowego i trójfazowego

#### 4.7.1. Materiał nauczania

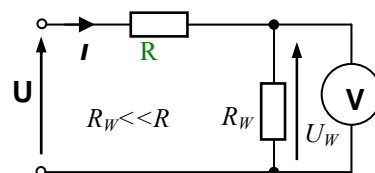
**Pomiary napięć** najczęściej wykonuje się woltomierzami napięcia przemiennego (metodą bezpośrednią). Zasady włączania woltomierza są identyczne jak w obwodach prądu stałego – włącza się je równolegle do zacisków elementu lub obwodu mierzonego. **Woltomierze do pomiaru napięć zmiennych zwykle skalowane są w wartościach skutecznych dla przebiegów sinusoidalnych**, to znaczy mierzą one wartość skuteczną napięcia. Używając mierników uniwersalnych do mierzenia napięć zmiennych, przed pomiarem należy wybrać: funkcję pomiar napięć zmiennych oznaczaną literami **AC** lub znakiem fali (~) i odpowiedni zakres pomiarowy.

**Pomiary prądów** najczęściej wykonuje się amperomierzami prądu przemiennego (metodą bezpośrednią). Zasady włączania amperomierza są identyczne jak w obwodach prądu stałego – włącza się je szeregowo z mierzonym obwodem. **Amperomierze do pomiaru prądów zmiennych zwykle skalowane są w wartościach skutecznych dla przebiegów sinusoidalnych**, to znaczy mierzą one wartość skuteczną prądu. Używając mierników uniwersalnych do mierzenia prądów zmiennych, przed pomiarem należy wybrać: funkcję pomiar prądów zmiennych oznaczaną literami **AC** lub znakiem fali (~) oraz wybrać odpowiedni zakres pomiarowy.

Pomiar prądu można też wykonać **metodą pośrednią** polegającą na zmierzeniu spadku napięcia na oporniku o znanej, nieznaczącej rezystancji wzorcowej  $R_W$  ( $R_W \ll R$ ), aby praktycznie nie wpływał on na wartość prądu  $I$ , w układzie jak na rys. 66.

Spadek napięcia na oporniku wzorowym  $R_W$ , wyrażony prawem Ohma wynosi  $U_W = IR_W$ . Po zmierzeniu napięcie  $U_W$

wartość prądu wyznaczamy z prawa Ohma:  $I = \frac{U_W}{R_W}$ .



Rys. 66. Schemat układu do pośredniego pomiaru prądu

#### Pomiary pojemności i indukcyjności

Pomiary obydwu wielkości można wykonać:

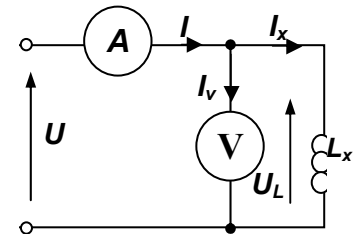
- metodą bezpośrednią z użyciem specjalizowanych mierników, lub multimetrów; (wiele współczesnych multimetrów to wielofunkcyjne mierniki. Niektóre posiadają wbudowane układy

pozwalające mierzyć oprócz napięcia i prądu także rezystancję, pojemność kondensatorów, indukcyjność, częstotliwość oraz inne wielkości),

- mostkami pomiarowymi do pomiarów elementów R, L, C,
- metodą techniczną.

**Metoda techniczna** jest prosta do stosowania i w wielu sytuacjach zalecana, gdy musimy zmierzyć parametry elementu, np. indukcyjność uzwojeń w zbliżonych do rzeczywistych warunkach pracy. Jest to szczególnie istotne podczas pomiarów parametrów dławików indukcyjnych z rdzeniami ferromagnetycznymi. Wyniki pomiarów mogą różnić się znacznie, gdy wykonujemy je przy różnych wartościach prądów. Jest to spowodowane nieliniowością charakterystyk magnesowania materiałów ferromagnetycznych, co oznacza zależność przenikalności magnetycznej materiału od wartości prądu magnesującego (patrz rozdział 4.4).

**Metodą techniczną** można zmierzyć rezystancję, reaktancję i indukcyjność cewki lub dławika w układzie, który pokazany jest na rys. 67. Nawet w niezbyt dokładnej analizie obwodów z elementami indukcyjnymi powinny być uwzględniane rezystancja uzwojenia oraz indukcyjność.



Rys. 67. Schemat układu pomiaru indukcyjności metodą techniczną

Oznacza to, że elementy te w rozważaniach teoretycznych można traktować jako szeregowe połączenie opornika o rezystancji uzwojenia R oraz cewki idealnej o indukcyjności L. Impedancja takiego dwójnika wyraża się równaniem:

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$$

Podczas pomiaru parametrów dławika lub cewki i wynikającego z zastosowania prawa Ohma kolejne czynności powinny obejmować:

- 1) wyznaczenie rezystancji uzwojenia w obwodzie zasilonym napięciem stałym (wtedy  $X_L = 0$ ); po wykonaniu pomiaru prądu i napięcia, z prawa Ohma obliczamy:  $R = \frac{U}{I}$ ,
- 2) wyznaczenie impedancji uzwojenia w obwodzie zasilonym napięciem sinusoidalnym o znanej częstotliwości  $f$ ; po wykonaniu pomiaru prądu i napięcia, z prawa Ohma obliczamy:  $Z = \frac{U}{I}$ ,
- 3) z trójkąta impedancji możemy obliczyć reaktancję  $X_L = \sqrt{Z^2 - R^2}$ ,
- 4) ze wzoru na reaktancję określamy indukcyjność;  $L = \frac{X_L}{2\pi f}$ .

W powyższej procedurze pominięto błędy spowodowane poborem prądu woltomierza, zakładając że jest on pomijalnie mały ( $I_V \ll I_X$ ).

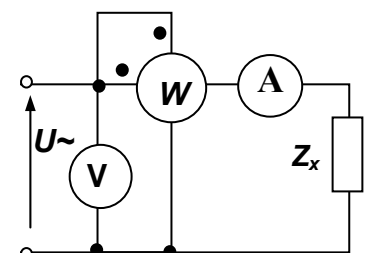
Jeśli rezystancja uzwojenia jest pomijalna ( $R \ll X_L$ ) to pomiar można ograniczyć do punktów 2, 3, 4. Jeśli nie znamy rodzaju elementów reaktacyjnych, to na podstawie powyższych pomiarów nie określimy charakteru impedancji (indukcyjna czy pojemnościowa).

W układzie rys. 67 można zmierzyć pojemność kondensatora, gdy włączymy go zamiast cewki i wykorzystamy zależności obowiązujące dla kondensatora:

$$X_C = \frac{1}{2\pi f C}$$

**Metodą techniczną nie wolno mierzyć pojemności kondensatorów elektrolitycznych, które wymagają poprawnej polaryzacji napięciem jednokierunkowym (stałym).** Włączenie kondensatora elektrolitycznego pod napięcie przemienne kończy się jego zniszczeniem.

Informacje dotyczące impedancji, rezystancji i reaktancji dwójnika można uzyskać również w wyniku pomiarów w układzie



Rys. 4.68. Schemat układu do pomiaru mocy czynnej, biernej i pozornej

przedstawionym na rys. 68, który nie wymaga zasilania napięciem stałym. Postępujemy następująco:

1) impedancję  $Z$  określamy na podstawie wskazań woltomierza i amperomierza:

$$Z = \frac{U}{I},$$

2) moc czynną  $P$ , pobieraną przez rezystancję dwójnika odczytujemy na watomierzu,

3) obliczamy wartość współczynnika mocy  $\cos\varphi = \frac{P}{S}$  i z trójkąta impedancji obliczamy jej

$$\text{składowe: } R = S \cdot \cos\varphi, \quad X = S \cdot \sin\varphi.$$

### Pomiary mocy

**Pomiar mocy prądu przemiennego** w obwodach jednofazowych można wykonać w układzie jak na rys. 68, w którym można zmierzyć każdy z rodzajów mocy prądu przemiennego.

Moc czynną  $P$  odczytujemy ze wskazania watomierza. Moc pozorną wyznaczamy ze wskazań woltomierza i amperomierza:

$$S = U \cdot I$$

Moc bierną możemy obliczyć z trójkąta mocy:  $Q = \sqrt{S^2 - P^2}$

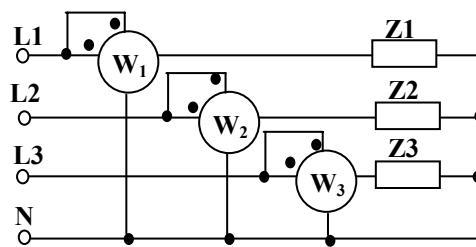
**Pomiar mocy w układach 3-fazowych** prowadzi się w różnych układach, których konfiguracja zależna jest od symetrii i konfiguracji źródła i odbiornika, oraz od tego, czy sieć jest trój- czy czteroprzewodowa.

Schemat układu pozwalającego zmierzyć moc czynną pobieraną przez odbiornik trójfazowy czteroprzewodowy pokazany jest na rys. 69. Całkowita moc czynna obwodu jest równa sumie wartości wskazań watomierzy:

$$P = P_1 + P_2 + P_3$$

Pomiary mocy niesymetrycznych 3-fazowych odbiorników trójprzewodowych można wykonać za pomocą dwóch watomierzy, w układzie Arona [1].

Pomiary prądu i mocy odbiornika prądu przemiennego dużej mocy prowadzi się z zastosowaniem przetworników pomiarowych, takich jak przekładniki prądowe, napięciowe [4] lub inne. W układach pomiaru napięć, prądu, mocy prądu stałego, przemiennego oraz prądów niesinusoidalnych, coraz powszechniej wykorzystywane są nowoczesne przetworniki hallotronowe. Pomiary napięć, prądów, mocy w układach automatyki prowadzone są nie tylko dla oceny bezwzględnych wartości mierzonych wielkości, lecz dla dostarczenia układowi informacji o względnych wartościach i kierunku zmian mierzonych wielkości. W układach pomiarowych automatyki wykorzystywane są **przetworniki pomiarowe**, które dostarczają informacje o mierzonych wielkościach w postaci napięcia. Wartość i przebieg czasowy napięcia lub innej wielkości na wyjściu przetwornika odzwierciedla wartość wielkości mierzonej.



Rys. 69. Układ do pomiaru mocy czynnej w sieci czteroprzewodowej

**Przetworniki lub czujniki pomiarowe** to elementy lub podzespoły przetwarzające mierzone wielkości fizyczne na inne wielkości nadające się do dalszego wykorzystania. Zagadnienia te są szerzej opisywane w literaturze [4].

### Pomiary z wykorzystaniem oscyloskopu

**Oscyloskop elektroniczny** jest najbardziej uniwersalnym przyrządem pomiarowym. Stosuje się go do pomiarów i badań okresowych i nieokresowych przebiegów napięciowych oraz wielkości nieelektrycznych, które dają się zamienić na napięcie elektryczne. Oscyloskopem elektronicznym można obserwować i mierzyć wartości napięć stałych i zmiennych, wartości przesunięć fazowych, częstotliwości oraz inne wielkości zależnie od zaawansowania technologicznego i ceny przyrządu. Najważniejszą zaletą oscyloskopu jest możliwość obserwacji i rejestracji charakteru i kształtu

przebiegów napięć widocznych na ekranie oscyloskopu, które także można utrwalać przez fotografowanie lub zapisywanie w pamięci.

Niektóre oscyloskopy mogą służyć do pomiaru prądów, jeśli wyposażone są w sondy prądowe, które przetwarzają prądy mierzone na proporcjonalne wartości napięcia i nie zmieniają kształtu przebiegu czasowego.

Oscyloskopy można podzielić na:

- **analogowe** – to takie, w których nie wykorzystuje się cyfrowej obróbki napięcia mierzonego,
- **cyfrowe** – przyrządy, w których napięcie mierzone przetwarzane jest na sygnał w postaci cyfrowej (zero- jedynkowej) i dalej poddawane przetwarzaniu aż do wyświetlenia na ekranie kształtu przebiegu czasowego oraz innych parametrów. Oscyloskopy cyfrowe stosowane coraz częściej, gdyż pozwalają one na pamiętanie przebiegów napięć i wszechstronną ich obróbkę.

Prowadzenie pomiarów oscyloskopem wymaga znajomości instrukcji obsługi przyrządu.

## 4.7.2. Pytania sprawdzające

Odpowiadając na pytania, sprawdzisz, czy jesteś przygotowany do wykonania ćwiczeń.

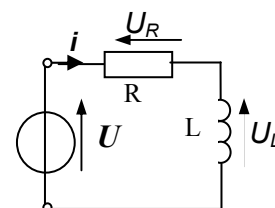
1. Jak włącza się amperomierz i woltomierz do pomiarów bezpośrednich?
2. W jaki sposób można pośrednio zmierzyć wartość prądu w obwodzie?
3. Jak można zmierzyć indukcyjność i pojemność elementów metodą techniczną?
4. W jakim układzie i jakimi miernikami można zmierzyć wartość mocy czynnej?
5. W jakim układzie i jakimi miernikami mierzy się wartość mocy pozornej, biernej odbiornika?
6. Jak można zmierzyć moc pobieraną przez odbiornik trójfazowy symetryczny?
7. Jak można zmierzyć moc pobieraną przez odbiornik trójfazowy niesymetryczny?
8. Jakie wielkości fizyczne i jakie ich parametry można mierzyć oscyloskopem?

## 4.7.3. Ćwiczenia

### Ćwiczenie 1

Przeprowadź pomiary napięcia, prądu, mocy czynnej i pozornej w obwodzie jak na rys. 70 dla przypadków:

- 1) bez cewki w obwodzie ( $L = 0$ ),
- 2) bez opornika w obwodzie ( $R = 0$ ),
- 3) włączone  $R$  i  $L$ . Do pomiaru mocy czynnej wykorzystaj watomierz analogowy lub cyfrowy.



Rys. 70.

Sposób wykonania ćwiczenia

Aby wykonać ćwiczenie powinieneś:

- 1) zanotować parametry elementów  $R$ ,  $L$ , zmierzyć je jeśli są nieznanne,
- 2) narysować schemat i połączyć obwód jak na rys. 70, bez cewki w obwodzie ( $L = 0$ ) z włączonymi miernikami – amperomierzem, woltomierzem i watomierzem
  - a) zmierzyć i zanotować: napięcie źródła, prąd i pobieraną w obwodzie moc czynną,
  - b) określić moc pozorną:  $S = UI = \dots$  ze wskazań woltomierza i amperomierza oraz obliczyć moc bierną (z trójkąta mocy:  $S^2 = P^2 + Q^2$ ).
- 3) narysować schemat i połączyć obwód jak na rys. 70, bez opornika w obwodzie ( $R = 0$ ) z włączonymi miernikami – amperomierzem, woltomierzem i watomierzem, wykonać polecenia a, b, c jak w punkcie 1,
- 3) narysować schemat i połączyć obwód jak na rys. 70, wykonać polecenia a, b, c jak w punkcie 1,

- 4) obliczyć średnią arytmetyczną napięcia zasilającego z pomiarów w punktach 1,2,3 i z uwzględnieniem parametrów elementów R, L obliczyć wartości prądu, mocy czynnej, biernej i pozornej dla obwodów jak w p.1,2,3, wykorzystując prawa i wzory dla obwodów RLC,
- 5) przedyskutować i zapisać wyjaśnienie stwierdzonych rozbieżności pomiędzy wynikami pomiarów i obliczeń.

Wyposażenie stanowiska pracy:

- źródło napięcia sinusoidalnego,
- woltomierz amperomierz prądu zmiennego,
- opornik regulowany (0÷ 100)  $\Omega$ , cewka indukcyjna lub dławik  $L = (0,2-1)$  H,
- literatura.

### Ćwiczenie 2

Przeanalizuj pracę obwodu jak na rys. 70, wiedząc, że płynie w nim prąd sinusoidalny  $I = 1$  A, zaś  $R = 100 \Omega$ ,  $X_L = 100 \Omega$ . Która wartość napięcia źródła jest poprawna U to: a) 200V, b) 100V, c) 141V?

Sposób wykonania ćwiczenia

Aby wykonać ćwiczenie powinienes:

- 1) z prawa Ohma dla opornika i cewki obliczyć spadki napięcia na tych elementach,
- 2) uwzględniając przesunięcia fazowe prądów i napięć w elementach RLC narysować wykres wektorowy prądu i napięć w oczku obwodu,
- 3) zastosować twierdzenie Pitagorasa dla trójkąta spadków napięć i obliczyć napięcie U.

Wyposażenie stanowiska pracy:

- źródło napięcia sinusoidalnego,
- woltomierz amperomierz prądu zmiennego,
- opornik regulowany (0÷ 100)  $\Omega$ , cewka indukcyjna lub dławik  $L = (0,2-1)$  H,
- literatura.

### Ćwiczenie 3

W obwodzie jak na rys. 70 płynie prąd sinusoidalnie zmienny  $I = 1$  A,  $R = 4 \Omega$ ,  $U = 25$  V. Które wartości napięcia  $U_L$  oraz reaktancji  $X_L$  są poprawne: a) 20 V, 10  $\Omega$ , b) 3 V, 3  $\Omega$ , c) 4 V, 1  $\Omega$ ?

Sposób wykonania ćwiczenia

Aby wykonać ćwiczenie powinienes:

- 1) z prawa Ohma obliczyć spadek napięcia na oporniku,
- 2) zastosować twierdzenie Pitagorasa dla trójkąta napięć U,  $U_R$ ,  $U_L$ , i obliczyć napięcie  $U_L$ ,
- 3) z prawa Ohma dla elementu indukcyjnego L obliczyć reaktancję.

### Ćwiczenie 4

W obwodzie równoległym RLC płynie prąd sinusoidalny  $I_R = 3$  A,  $R = 40 \Omega$ ,  $X_L = 15 \Omega$ ,  $X_C = 30 \Omega$ . Napięcie U i prąd I źródła mają wartości: a) 200 V, 5 A, b) 120 V, 5 A, c) 120 V, 15 A?

Sposób wykonania ćwiczenia

Aby wykonać ćwiczenie powinienes:

- 1) narysować schemat obwodu i z prawa Ohma dla opornika obliczyć spadek na nim napięcia, który jest napięciem U,

- 2) obliczyć prądy  $I_L$ ,  $I_C$ , narysować wykres wektorowy prądów, obliczyć sumę geometryczną (wektorową) prądów lub stosując twierdzenie Pitagorasa dla prądów  $I$ ,  $I_R$ ,  $(I_C - I_L)$  i obliczyć  $I$ .

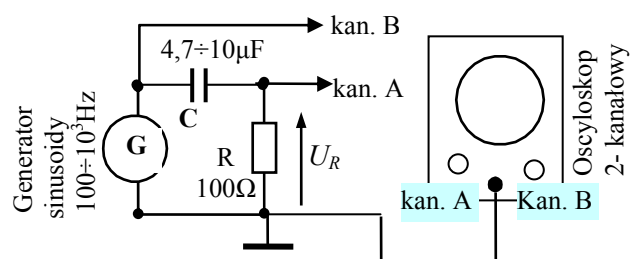
### Ćwiczenie 5

Przeprowadź pomiary w obwodach prądu stałego i zmiennego z użyciem oscyloskopu.

Sposób wykonania ćwiczenia

Aby wykonać ćwiczenie powinieneś:

- 1) zapoznać się z postępowaniem zalecanym w instrukcji obsługi podczas pomiaru napięć stałych, do wejścia oscyloskopu podłączyć napięcie stałe; narysować zaobserwowane oscylogramy (przebiegi czasowe) napięcia dodatniego i ujemnego dla trzech położeń przełącznika rodzaju wejścia oscyloskopu: (AC, DC, GND), zmierzyć to napięcie woltomierzem i porównać wyniki,
- 2) zapoznać się z postępowaniem zalecanym w instrukcji obsługi podczas pomiaru napięcia zmiennego i częstotliwości, przerysować oscylogram napięcia,
  - włączyć na wejście napięcie przemienne, zanotować oscylogram z ekranu; zanotować nastawy czułości odchyłania pionowego i podstawy czasu (odchyłania poziomego) oscyloskopu podczas pomiaru, na oscylogramach nanieść wartości amplitudy i okresu zmienności napięcia,
  - z oscylogramów określić napięcie międzyszczytowe  $U_{P-P}$ , maksymalne  $U_m = U_{P-P}/2$  oraz częstotliwość przebiegu  $f = 1/T$ ,
  - określić wartość skuteczną obserwowanego napięcia wiedząc, że dla sinusoidy:  $U_{SK} = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$ .
- 3) wykorzystując dwa kanały oscyloskopu wykonać pomiar przesunięcia czasowego i fazowego pomiędzy przebiegami czasowymi napięć źródła i na oporniku w układzie rys. 71.

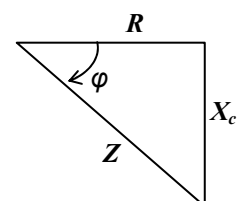


Rys. 71. Pomiar napięć, czasu, częstotliwości i kąta przesunięcia fazowego pomiędzy przebiegami

- podłączyć oscyloskop do układu dwójnika RC jak na rys. 71, przerysować oscylogramy napięć na wejściu i na wyjściu układu oraz zanotować nastawy oscyloskopu,
- na oscylogramach zapisać wartości amplitud napięć na wejściu i wyjściu układu,
- z nastaw oscyloskopu określić okres i częstotliwość napięć na wejściu i na wyjściu układu,
- określić wartość przesunięcia czasowego  $\Delta t$  [ms] i fazowego  $\varphi$  [rad] =  $\omega \cdot \Delta t = 2\pi f \cdot \Delta t$  pomiędzy napięciami wejścia i wyjścia układu.

Wartość przesunięcia fazowego możesz też określić bez znajomości częstotliwości i przesunięcia czasowego przebiegów wejściowego i wyjściowego. Jeśli oscyloskop posiada płynną regulację częstotliwości odchyłania poziomego to należy ustawić okres obserwowanego przebiegu na pełną liczbę działek, co odpowiada kątowi  $360^\circ = 2\pi$  [rad]. Z liczby działek o jaką przesunięte są maksymalne wartości napięcia wejścia i wyjścia określamy wartość kąta przesunięcia fazowego.

- 4) zweryfikować obliczeniowo uzyskane wyniki pomiarów:
  - z odnotowanych parametrów elementów RC układu i częstotliwości napięcia generatora obliczyć wartość impedancji widzianej z wejścia obwodu:  $Z = \sqrt{R^2 + X_C^2}$ ,
  - narysować trójkąt impedancji. obliczyć wartość  $\cos\varphi = R/Z$  i określić kąt  $\varphi$ ,
  - porównać zmierzoną i obliczoną wartość kąta przesunięcia fazowego pomiędzy napięciem wejścia i wyjścia, narysować wykres wektorowy.



Wyposażenie stanowiska pracy:

- oscyloskop dwukanałowy, instrukcja obsługi używanego oscyloskopu,
- generator sygnałowy, źródło napięcia stałego,
- elementy R, C, przewody do połączeń,
- literatura.

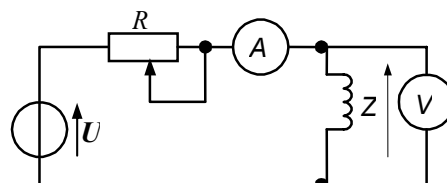
### Ćwiczenie 6

Wykonaj pomiary rezystancji impedancji i indukcyjności cewki (dławika) metodami bezpośrednią oraz techniczną.

Sposób wykonania ćwiczenia

Aby wykonać ćwiczenie powinieneś:

- 1) wykonać pomiar rezystancji uzwojeń cewki indukcyjnej rdzeniowej metodą bezpośrednią i zanotować wartości:  
 $R = \dots\dots\dots$ ;  $L = \dots\dots\dots$
- 2) wykonać pomiar rezystancji uzwojeń cewki indukcyjnej rdzeniowej metodą techniczną w obwodzie zasilanym prądem stałym, jak na rys. 72, dla trzech wartości prądu i obliczyć średnią arytmetyczną rezystancji (w tabeli 3),



Rys. 72. Układ do pomiaru parametrów cewki metodą techniczną

Lp.	U[V]	I[A]	$R_L = U_{RL}/I$	$R_{L\text{ŚR}} [\Omega]$
1				
2				
3				

$$R_{L\text{ŚR}} = \frac{R_{L1} + R_{L2} + R_{L3}}{3} \text{ – średnia}$$

arytmetyczna wartości rezystancji,

- 3) wykonać pomiar impedancji cewki metodą techniczną w obwodzie zasilanym napięciem przemiennym z transformatora sieciowego jako źródła napięcia U (lub z autotransformatora)-rys. 72, dla trzech wartości prądu, wyniki zanotuj w tabeli 4,

Lp.	U[V]	I[A]	$Z = U/I$	$Z_{\text{ŚR}} [\Omega]$
1				
2				
3				

- 4) obliczyć wartość reaktancji cewki  $X_L$  z trójkąta impedancji,
- 5) obliczyć wartość indukcyjności L cewki badanej ze wzoru na reaktancję  $L = X_L/2\pi f = \dots$ ,
- 6) porównać wartości rezystancji i indukcyjności uzyskane metodą bezpośrednią i techniczną; przedyskutuj w zespole i z nauczycielem przyczyny ewentualnych rozbieżności w uzyskanych wartościach rezystancji i indukcyjności.
- 7) sporządzić notatkę wyjaśniającą, jak prowadziłeś pomiary rezystancji i indukcyjności cewki.

Wyposażenie stanowiska pracy:

- mierniki do pomiaru rezystancji i indukcyjności,
- zasilacz prądu stałego 15 V, 1,5 A;
- woltomierze i amperomierze prądu stałego i przemiennego,
- opornik regulowany  $R = 100 \Omega$ , 1 A,
- transformator sieciowy obniżający napięcie do około (24÷48) V lub autotransformator,
- cewka indukcyjna lub dławik o indukcyjności  $L = (0,3\div 1) \text{ H}$ .



#### 4.7.4. Sprawdzian postępów

**Uczeń potrafi:**

	<b>Tak</b>	<b>Nie</b>
1) zmierzyć napięcie i prąd zmienny w układzie	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2) zmierzyć impedancję lub reaktancję metodą techniczną	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3) zmierzyć indukcyjność, pojemność elementów	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4) zmierzyć wartości mocy czynnej, biernej i pozornej odbiornika	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
5) zmierzyć moc czynną odbiornika 3-fazowego symetrycznego	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
6) zmierzyć moc czynną odbiornika 3-fazowego niesymetrycznego	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
7) zmierzyć napięcie i jego częstotliwość oscyloskopem	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

## 5. SPRAWDZIAN OSIĄGNIĘĆ

### Test nr 1 – INSTRUKCJA DLA UCZNIĄ

1. Przeczytaj uważnie instrukcję i polecenia w zadaniach.
2. Podpisz czytelnie imieniem i nazwiskiem kartę odpowiedzi.
3. Zapoznaj się z zestawem zadań testowych.
4. Rozwiązania i odpowiedzi zamieszczaj w podpisanym arkuszu odpowiedzi.
5. Test składa się z 10 zadań. Za każde poprawnie wykonane zadanie możesz uzyskać maksymalnie 2 punkty. Zadania wymagają nieskomplikowanych obliczeń, które powinieneś wykonać w odpowiednich miejscach arkusza odpowiedzi, przed wskazaniem poprawnego wyniku. Tylko wskazana odpowiedź nawet poprawna nie będzie podstawą do uzyskania punktu.
6. Na rozwiązanie testu przewidziano 45 minut. Pozytywne rozwiązanie testu będzie potwierdzeniem opanowania materiału i nabycia umiejętności przewidzianych w tej jednostce modułowej.

### Powodzenia!

**Maksymalna liczba punktów do zdobycia wynosi 20**

### ZESTAW ZADAŃ TESTOWYCH

1. Źródło napięcia wytwarza przebieg opisany zależnością:  $u(t) = 14 \sin(314t[s])$ . Wartość skuteczna i częstotliwość napięcia mają wartości:
  - a) 14V, 314 Hz.
  - b) 10V, 314 Hz.
  - c) 10V, 50 Hz.
  - d) 14 V, 50 Hz.
2. Dwa źródła wytwarzające napięcia:  $u_1(t) = 30 \sin(\omega t + \pi/2)$ ,  $u_2(t) = 40 \sin \omega t$  o częstotliwościach  $f_1 = f_2 = 50$  Hz, połączono szeregowo. Wartość maksymalna napięcia wypadkowego powstałego na zaciskach wyjściowych i jego częstotliwość mają wartości:
  - a) 70 V, 50 Hz.
  - b) 70 V, 100 Hz.
  - c) 50 V, 100 Hz.
  - d) 50 V, 50 Hz.
3. Wartość skuteczna napięcia źródła wynosi  $U = 130$  V i kąt fazowy  $\varphi_U = 90^\circ$ , prąd wypływający ze źródła wyraża się zależnością  $i(t) = 1,4 \sin(\omega t)$ , częstotliwość  $f = 50$  Hz. Moce czynna, bierna i pozorna pobierane ze źródła mają wartości:
  - a) 230 W, 0 var, 130 VA.
  - b) 0 W, +130 var, 130 VA.
  - c) 0 W, -130 var, 130 VA.
  - d) 0 W, 0 var, 130 VA.
4. Źródło wytwarzające napięcie skuteczne  $U = 230$  V o częstotliwości  $f = 50$  Hz obciążono dławikiem o indukcyjności  $L = 0,51$  H. Reaktancja obciążenia i wartość skuteczna prądu w obwodzie mają wartości:
  - a)  $X_L = 120 \Omega$ ,  $I = 2$  A.
  - b)  $X_L = 160 \Omega$ ,  $I = 2$  A.
  - c)  $X_L = 160 \Omega$ ,  $I = 1,44$  A.

5. Źródło dostarczające napięcie  $U = 100 \text{ V}$  o częstotliwości  $f = 50 \text{ Hz}$ , obciążono kondensatorem  $C = \frac{1}{(314 \cdot 10^{-2})} \text{ F}$ . Wartości bezwzględne mocy czynnej i biernej pobierane ze źródła mają wartości:
- $P = 0 \text{ W}$ ,  $Q = 230 \text{ var}$ .
  - $P = 100 \text{ W}$ ,  $Q = \text{var}$ .
  - $P = 0 \text{ W}$ ,  $Q = 100 \text{ var}$ .
  - $P = 100 \text{ W}$ ,  $Q = 100 \text{ var}$ .
6. Źródło napięcia o SEM  $U = 230 \text{ V}$  obciążono połączonymi szeregowo elementami  $L$  i  $C$ :  $X_L = 250 \Omega$ ,  $X_C = 20 \Omega$ . Które zależności poprawnie opisują napięcie i prąd źródła?
- $u = 320 \sin(\omega t)$ ,  $i = 1,4 \sin(\omega t + 90^\circ)$ ,
  - $u = 320 \sin(\omega t)$ ,  $i = 1,4 \sin(\omega t - 90^\circ)$ ,
  - $u = 230 \sin(\omega t)$ ,  $i = 1 \sin(\omega t - 90^\circ)$ ,
  - $u = 230 \sin(\omega t)$ ,  $i = 1 \sin(\omega t + 90^\circ)$ .
7. Zaciski źródła napięcia sinusoidalnego o częstotliwości  $f = 50 \text{ Hz}$  obciążono równolegle połączonymi elementami:  $R = 120 \Omega$ ,  $L = 1 \text{ H}$ ,  $C_1 = 10 \text{ nF}$ ,  $C_2 = 1 \text{ nF}$ . Największy prąd popłynie przez:
- opornik.
  - indukcyjność.
  - kondensator  $C_1$ .
  - kondensator  $C_2$ .
8. Transformator 1-fazowy posiada uzwojenie pierwotne o liczbie zwojów  $n_1 = 920$ , na napięcie  $U_1 = 230 \text{ V}$ . Ile zwojów należy nawinąć po stronie wtórnej dla uzyskania napięcia  $U_2 = 12 \text{ V}$ ?
- 46.
  - 48.
  - 120.
  - 230.
9. W obwodzie szeregowym RLC ( $R = 80 \Omega$ ,  $X_L = 120 \Omega$ ,  $X_C = 180 \Omega$ ) płynie prąd sinusoidalny  $I = 1 \text{ A}$ . Napięcie  $U$  źródła ma wartość
- 100 V.
  - 141 V.
  - 200 V.
  - 280 V.
10. Trzy grzałki o jednakowych rezystancjach  $R = 100 \Omega$  połączono w trójkąt i zasilono z sieci trójfazowej o napięciu fazowym  $U_f = 230 \text{ V}$ . Wartość prądu w jednej grzałce i całkowita moc pobrana przez grzejniki mają wartości
- 3,2 A; 1,6 kW.
  - 2,3 A; 4,8 kW.
  - 2,3 A; 1,6 kW.
  - 4 A; 4,8 kW.

# Karta odpowiedzi do testu nr 1

Imię i nazwisko, klasa ..... data .....

Nr zadań	Odpowiedzi, rozwiązania	Odp.				max. liczba punkt.	uzysk. liczba punkt.
		a	b	c	d		
1		a	b	c	d	2	
2		a	b	c	d	2	
3		a	b	c	d	2	
4		a	b	c	d	2	
5		a	b	c	d	2	
6		a	b	c	d	2	
7		a	b	c	d	2	
8		a	b	c	d	2	
9		a	b	c	d	2	
10		a	b	c	d	2	
suma punktów					20		
Ocena:							

## 6. LITERATURA

1. Bolkowski S.: Elektrotechnika. WSiP, Warszawa 1995
2. Chochowski A.: Elektrotechnika z automatyką. WSiP, Warszawa 1996
3. Chwaleba A., Poniński M., Siedlecki A.: Metrologia elektryczna. WNT, Warszawa 2000
4. Jabłoński W., Płoszajski G.: Elektrotechnika z automatyką. WSiP, Warszawa 1999
5. Markiewicz A.: Zbiór zadań z elektrotechniki. WSiP, Warszawa 1995
6. Pilawski M.: Pracownia elektryczna, podręcznik dla technikum. WSiP, Warszawa 1995