



MINISTERSTWO EDUKACJI
i NAUKI



Wojciech J. Klimasara

**Konstruowanie elementów maszyn
311[50].O2.03**

Poradnik dla ucznia

Wydawca

**Instytut Technologii Eksploatacji – Państwowy Instytut Badawczy
Radom 2005**

Recenzenci:

mgr inż. Stanisław Popis

mgr inż. Marek Zalewski

Opracowanie redakcyjne:

mgr inż. Katarzyna Maćkowska

Konsultacja:

dr inż. Janusz Figurski

Korekta:

mgr Joanna Iwanowska

Poradnik stanowi obudowę dydaktyczną programu jednostki modułowej 311[50].O2.03. Konstrukowanie elementów maszyn zawartego w modułowym programie nauczania dla zawodu technik mechatronik.

Wydawca

Instytut Technologii Eksploatacji – Państwowy Instytut Badawczy, Radom 2005

SPIS TREŚCI

1. Wprowadzenie	3
2. Wymagania wstępne	4
3. Cele kształcenia	5
4. Materiał nauczania	6
4.1. Statyka	6
4.1.1. Materiał nauczania	6
4.1.2. Pytania sprawdzające	16
4.1.3. Ćwiczenia	16
4.1.4. Sprawdzian postępów	19
4.2. Kinematyka	19
4.2.1. Materiał nauczania	19
4.2.2. Pytania sprawdzające	26
4.2.3. Ćwiczenia	26
4.2.4. Sprawdzian postępów	28
4.3. Dynamika	28
4.3.1. Materiał nauczania	28
4.3.2. Pytania sprawdzające	36
4.3.3. Ćwiczenia	36
4.3.4. Sprawdzian postępów	40
4.4. Wytrzymałość materiałów	40
4.4.1. Materiał nauczania	40
4.4.2. Pytania sprawdzające	46
4.4.3. Ćwiczenia	46
4.4.4. Sprawdzian postępów	48
4.5. Części maszyn	49
4.5.1. Materiał nauczania	49
4.5.2. Pytania sprawdzające	56
4.5.3. Ćwiczenia	57
4.5.4. Sprawdzian postępów	60
5. Sprawdzian osiągnięć	61
6. Literatura	65

1. WPROWADZENIE

Poradnik będzie Ci pomocny w przyswajaniu wiedzy o konstruowaniu elementów maszyn.

W poradniku zamieszczono:

- wymagania wstępne, wykaz umiejętności, jakie powinieneś mieć już ukształtowane, abyś bez problemów mógł korzystać z poradnika,
- cele kształcenia, wykaz umiejętności, jakie ukształtujesz podczas pracy z poradnikiem,
- materiał nauczania, „pigułkę” wiadomości teoretycznych niezbędnych do opanowania treści jednostki modułowej,
- zestaw pytań przydatny do sprawdzenia, czy już opanowałeś podane treści,
- ćwiczenia pomogą Ci zweryfikować wiadomości teoretyczne oraz ukształtować umiejętności praktyczne,
- sprawdzian osiągnięć, przykładowy zestaw zadań i pytań. Pozytywny wynik sprawdzianu potwierdzi, że dobrze pracowałeś podczas lekcji i że opanowałeś umiejętności z zakresu tej jednostki modułowej,
- literaturę uzupełniającą.

Gwiazdką oznaczono pytania i ćwiczenia, których rozwiązanie może Ci sprawiać trudności. W razie wątpliwości zwróć się o pomoc do nauczyciela.

Jednostka modułowa „Konstruowanie elementów maszyn” jest wprowadzeniem do jednostki „Wytwarzanie elementów maszyn”.

2. WYMAGANIA WSTĘPNE

Przystępując do realizacji programu nauczania jednostki modułowej powinieneś umieć:

- stosować układ SI,
- przeliczać jednostki układu SI,
- rozwiązywać równania i układy równań,
- sporządzać wykresy funkcji,
- odczytywać dokumentację konstrukcyjną i interpretować zawarte w niej oznaczenia,
- rysować szkice części maszyn odwzorowujące kształty zewnętrzne i wewnętrzne z zachowaniem proporcji i oznaczeń zgodnych z obowiązującymi normami rysunku technicznego,
- tworzyć dokumentację techniczną z wykorzystaniem oprogramowania komputerowego,
- korzystać z różnych źródeł informacji.

3. CELE KSZTAŁCENIA

W wyniku realizacji programu jednostki modułowej powinieneś umieć:

- wykonać podstawowe działania na wektorach,
- rozróżnić rodzaje więzów, wskazać w nich kierunki reakcji oraz określić warunki równowagi ciała sztywnego,
- obliczyć: prędkość obrotową, pracę mechaniczną, moc, energię i sprawność,
- rozróżnić rodzaje odkształceń i naprężeń oraz wyjaśnić pojęcie naprężenia dopuszczalnego,
- wyznaczyć siłę tarcia tocznego i ślizgowego,
- scharakteryzować siłę bezwładności,
- rozróżnić wyważanie statyczne i dynamiczne,
- rozróżnić proste przypadki obciążeń elementów konstrukcyjnych,
- obliczyć naprężenia w elementach ściskanych i rozciąganych (dla prostych przypadków),
- obliczyć naprężenia gnące i skręcające dla prostych przypadków obciążenia wału,
- rozróżnić konstrukcje połączeń, osi, wałów, łożysk, sprzęgieł, przekładni mechanicznych i mechanizmów (dźwigniowe, krzywkowe, śrubowe) oraz wskazać ich zastosowanie w maszynach i urządzeniach,
- określić na podstawie dokumentacji technicznej elementy składowe maszyny lub urządzenia,
- zaprojektować wybrany element konstrukcyjny urządzenia mechatronicznego,
- skorzystać z literatury technicznej, norm i katalogów.

4. MATERIAŁ NAUCZANIA

4.1. Statyka

4.1.1. Materiał nauczania

Wektory

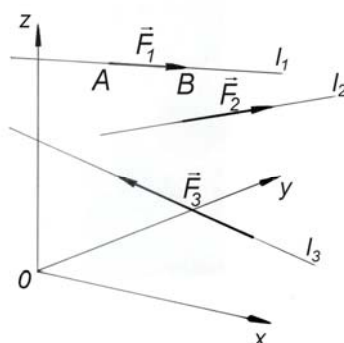
Wielkości fizyczne spotykane w mechanice takie jak np. siła, prędkość, przyspieszenie, moc, energia, można podzielić na dwie grupy:

- **wielkości skalarne** nazywane skalarami,
- **wielkości wektorowe** nazywane wektorami.

Skalary są wielkościami nieukierunkowanymi. Ich wartość możemy jednoznacznie określić przez podanie wartości liczbowej. Skalarami są np.: masa, czas, moc, energia, praca, sprawność.

Wektory są wielkościami ukierunkowanymi. Można je przedstawić za pomocą usytuowanego w przestrzeni odcinka mającego określony kierunek i zwrot. W mechanice wektorami są np.: przemieszczenie w danym kierunku w przestrzeni, prędkość, przyspieszenie, siła, moment siły.

Na rys. 4.1 są przedstawione wektory. Prosta l , na której leży wektor, nazywamy linią działania wektora. Punkt A jest początkiem, zaś punkt B jest końcem wektora.



Rys. 4.1. Wektory w przestrzeni

Wektor ma trzy zasadnicze cechy:

- wartość liczbową (moduł),
- kierunek,
- zwrot.

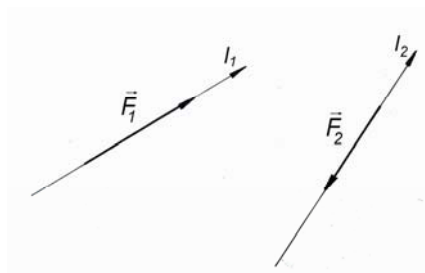
Wartość liczbową wektora jest liczbą nieujemną określającą długość odcinka AB przedstawiającego wektor. Wartość ta jest nazywana modułem wektora.

Kierunek wektora jest linią działania wektora. Kierunek wektora w przyjętym układzie współrzędnych określamy przez podanie kątów, które tworzy linia działania z osiami układu współrzędnych. Wektory których linie działania pokrywają się lub też są do siebie równoległe mają jednakowe kierunki.

Zwrot wektora jest zaznaczony grotem (strzałką).

Grot oznacza również koniec wektora.

Wektor dodatni, to taki wektor którego zwrot jest zgodny ze zwrotem dodatnio określonej linii działania (rys. 4.2). W przeciwnym razie wektor jest ujemny. Wektor F_1 jest dodatni zaś F_2 ujemny.



Rys. 4.2. Wektory dodatnie i ujemne

Wektor zapisujemy symbolem z poziomą strzałką u góry. Symbol bez strzałki oznacza jedynie wartość liczbową wektora, wyrażoną w jednostkach fizycznych np. w niutonach, metrach na sekundę.

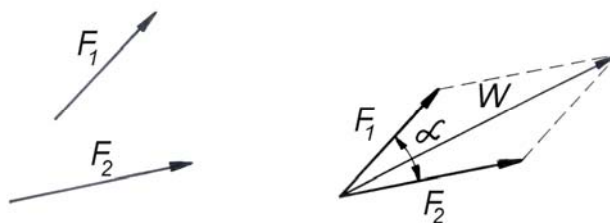
Działania na wektorach

Wyróżniamy następujące działania na wektorach:

- dodawanie i odejmowanie wektorów,
- mnożenie i dzielenie wektora przez skalar,
- iloczyn skalarny dwóch wektorów,
- iloczyn wektorowy dwóch wektorów.

Sumowanie wektorów możemy dokonać metoda geometryczną lub analityczną. W metodzie geometrycznej sumowanie dwóch wektorów odbywa się na tzw. zasadzie równoległoboku lub na zasadzie wieloboku sił.

Sumowanie dwóch wektorów F_1 i F_2 na zasadzie równoległoboku (rys. 4.3) polega na wyznaczeniu wektora wypadkowego W , który stanowi przekątną równoległoboku zbudowanego na wektorach F_1 i F_2 . Wektor W jest nazywany wektorem równoważącym działanie wektorów F_1 i F_2 .

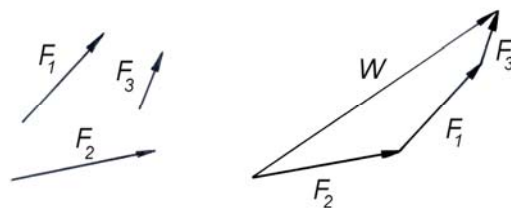


Rys. 4.3. Sumowanie wektorów metodą równoległoboku

Wartość wektora wypadkowego dwóch wektorów zbieżnych można również obliczyć analitycznie korzystając z twierdzenia cosinusów:

$$W^2 = F_1^2 + F_2^2 + 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos \alpha$$

Sumowanie wektorów na zasadzie wieloboku (rys. 4.4) polega na kolejnym łączeniu początku wektora z końcem wektora poprzedniego. Zasada ta umożliwia sumowanie większej liczby wektorów niż dwa. Sumą wektorów jest wektor łączący początek wektora pierwszego z końcem wektora ostatniego.



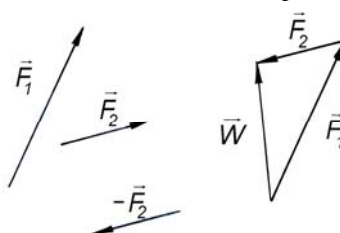
Rys. 4.4. Sumowanie wektorów metodą wieloboku

Obowiązuje prawo przemienności dodawania wektorów, wektor wypadkowy nie zależy od kolejności występowania wektorów w wieloboku. Suma wektorów może być równa zero tylko wtedy gdy wektor wypadkowy jest zerowy. Początek wektora pierwszego pokrywa się wówczas

z końcem wektora ostatniego. Wielobok taki nazywamy wielobokiem zamkniętym.

Odejmowanie wektorów (rys. 4.5) jest działaniem odwrotnym do dodawania. Aby od

wektora F_1 odjąć wektor F_2 należy do wektora F_1 dodać wektor $-F_2$. Wektor $-F_2$ ma zwrot przeciwny niż wektor F_2 . Jego wartość i kierunek są takie same jak dla wektora F_2 .



Rys. 4.5. Odejmowanie wektorów

Mnożenie i dzielenie wektora przez skalar

Mnożenie wektora a przez skalar k ($b = a \cdot k$) jest działaniem polegającym na utworzeniu wektora b , którego kierunek jest zgodny z kierunkiem wektora a .

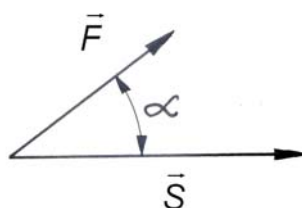
Dzielenie wektora a przez skalar k ($b = a \cdot 1/k$) polega na mnożeniu tego wektora przez odwrotność liczby k .

Jeśli k jest liczbą dodatnią, to zwrot wektora b jest zgodny z kierunkiem wektora a .

Jeśli k jest liczbą ujemną, to zwrot wektora b jest przeciwny do zwrotu wektora a .

Jeśli $k = 0$, to w przypadku mnożenia wektor b jest wektorem zerowym.

Iloczyn skalarny dwóch wektorów $F \cdot S$ jest liczbą równą iloczynowi modułów tych wektorów i cosinusa kąta α . (rys. 4.6), a więc: $F \cdot S = F \cdot S \cdot \cos \alpha$

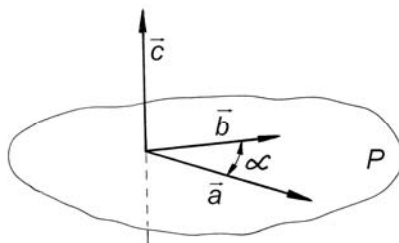


Rys. 4.6. Iloczyn skalarny dwóch wektorów

Iloczyn skalarny jest równy zero wtedy, gdy co najmniej jeden z wektorów jest wektorem zerowym lub jeśli wektory te są prostopadłe.

Iloczyn wektorowy dwóch wektorów $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$ jest wektorem mającym następujące cechy:

Kierunek wektora $\vec{c}$ jest prostopadły do obu wektorów (rys. 4.7):



Rys 4.7. Iloczyn wektorowy dwóch wektorów

Wartość (moduł) wektora $\vec{c}$ jest równy iloczynowi modułów tych wektorów i sinusa kąta zawartego między nimi

$$|\vec{c}| = |\vec{a} \times \vec{b}| = a \cdot b \cdot \sin \alpha$$

Zwrot wektora $\vec{c}$ jest taki, aby trójka wektorów $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ tworzyła prawoskrętny układ współrzędnych.

Uwaga:

Trzy wektory $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ stanowią układ prawoskrętny, jeżeli patrząc z końca wektora $\vec{c}$ wektor $\vec{a}$ widzimy po prawej stronie wektora $\vec{b}$.

Iloczyn wektorowy nie podlega prawu przemienności ponieważ zmiana kolejności mnożonych wektorów daje wektor o zwrocie przeciwnym, czyli

$$\vec{a} \times \vec{b} = -\vec{b} \times \vec{a}$$

Modele teoretyczne ciał stałych

Badanie ruchu rzeczywistych ciał stałych jest na ogół bardzo trudne. W celu uproszczenia i przejrzystości rozważań z tym związanych ciała rzeczywiste zastępujemy modelami teoretycznymi. Są to:

- punkt materialny,
- ciało sztywne,
- ciało sprężyste,
- ciało sprężysto-plastyczne.

Punkt materialny jest punktem geometrycznym, w którym jest skupiona cała masa ciała. W wielu rozważaniach wygodne jest pominięcie wymiarów ciała rzeczywistego i zastąpienie go punktem materialnym o masie m .

Ciało sztywne jest to układ punktów materialnych niezmiennie ze sobą związanych. W ciele sztywnym odległości między poszczególnymi punktami pozostają niezmiennie również pod wpływem działających sił zewnętrznych.

Ciało sprężyste jest to ciało, które pod wpływem sił zewnętrznych odkształca się. Wraca do pierwotnego kształtu po ustaniu oddziaływania sił zewnętrznych.

Ciało sprężysto-plastyczne jest to ciało, które pod wpływem sił zewnętrznych odkształca się. Nie wraca jednak w pełni do pierwotnego kształtu po ustaniu oddziaływania sił zewnętrznych.

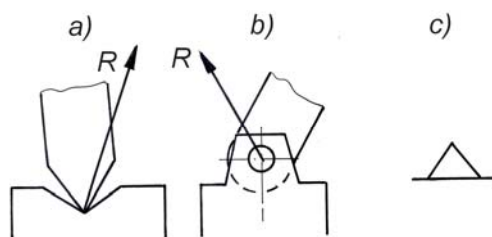
Więzy i reakcje więzów

Ciało mogące dowolnie zmieniać swoje położenie w przestrzeni jest nazywane **ciałem swobodnym**.

Na ogół mamy do czynienia z ciałami, których swoboda poruszania została ograniczona czynnikami zewnętrznymi. Ciała takie nazywamy ciałami **nieswobodnymi**, na przykład pociąg może poruszać się wzdłuż torów. Wirnik silnika elektrycznego może wykonywać tylko ruch obrotowy, tłok silnika spalinowego może wykonywać tylko ruch posuwisto-zwrotny. Czynniki ograniczające swobodę ruchu ciała nazywamy więzami. Siły z jakimi więzy oddziałują na ciało nieswobodne są nazywane reakcjami więzów. W praktyce możemy spotkać różne rodzaje więzów. Większość z nich należy do jednej z wymienionych grup:

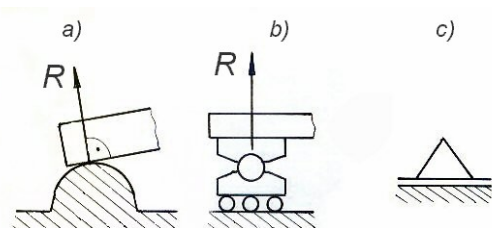
- podpory stałe,
- podpory ruchome,
- więzy wiotkie.

Podpory stałe (rys. 4.8) uniemożliwiają przesunięcie ciała. Umożliwiają jedynie obrót ciała wokół nieruchomego punktu podpory. Do podpór stałych należy uskok lub zagłębienie (rys. 4.8a) oraz przegub (rys. 4.8b). Podporę stałą oznaczamy schematycznie za pomocą trójkąta równobocznego (rys. 4.8c). W więzach tych kierunek oraz wielkość reakcji w ogólnym przypadku nie są znane. Należy je wyznaczyć metodami wykreślnymi lub analitycznymi.



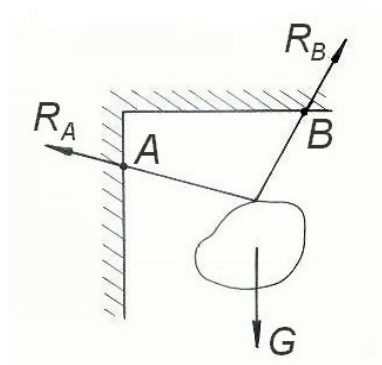
Rys. 4.8. Podpory stałe

Podpory ruchome (rys. 4.9) Reakcja podpory ruchomej powstaje w punkcie styczności ciała z podporą. Podporę ruchomą podpartą na idealnie gładkiej powierzchni przedstawiono na (rys. 4.9a), na łożysku ruchomym (rys. 4.1.9b). Podporę ruchomą oznaczamy schematycznie trójkątem równobocznym dodatkowo podkreślonego linią, która przedstawia powierzchnię podpierającą (rys. 4.9c). Kierunek reakcji jest zawsze prostopadły do powierzchni podpierającej



Rys. 4.9. Podpory ruchome

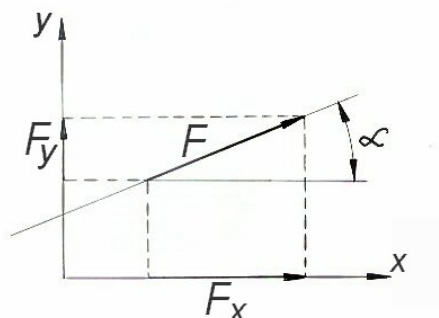
Więzy wiotkie (rys. 4.10.). Więzy są tu realizowane za pomocą lin, pasów, łańcuchów itp. Kierunek reakcji jest zawsze skierowany wzdłuż osi więzów.



Rys. 4.10. Podpory wiotkie

Rzuty sił na osie prostokątnego układu współrzędnych.

Rzut siły F na oś x lub y (rys. 4.11) równa się iloczynowi wartości tej siły i cosinusa kąta zawartego między linią działania tej siły a osią układu współrzędnych.



Rys. 4.11. Rzuty siły na osie układu współrzędnych

$$\vec{F}_x = F \cos \alpha; \quad \vec{F}_y = F \sin \alpha$$

$$F^2 = F_x^2 + F_y^2$$

Twierdzenie o sumie rzutów

Dla zbieżnego układu sił suma rzutów dowolnej liczby sił na oś jest równa rzutowi sumy tych sił na tę oś. W przypadku prostokątnego układu współrzędnych twierdzenie to można zapisać w postaci układu równań:

$$\sum F_{ix} = S_x; \quad \sum F_{iy} = S_y$$

gdzie: F_{ix} , F_{iy} - rzuty siły F_i na osie x i y ,

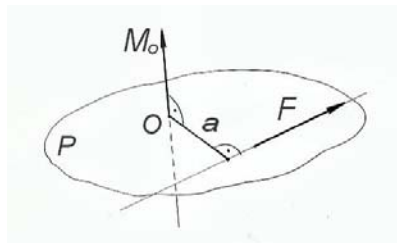
S_x , S_y - rzuty siły wypadkowej S na osie x i y .

Moment siły względem punktu

Momentem M_o siły F względem punktu O (rys. 4.12) nazywamy wektor, który ma następujące cechy:

- wartość liczbową M_o jest równa iloczynowi wartości siły F i ramienia a ($M_o = F \cdot a$)

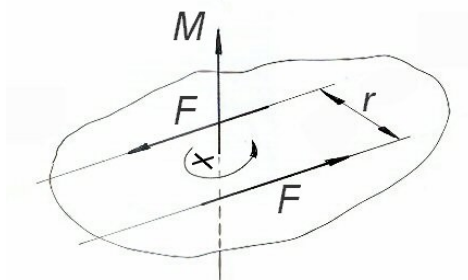
-
- kierunek M_o jest prostopadły do płaszczyzny wyznaczonej przez linię działania wektora siły i biegun O . Zwrot wektora M_o przyjmuje się zgodnie z regułą śruby prawoskrętnej.
- Uwaga: Przy obracaniu śruby prawoskrętnej zgodnie z kierunkiem ruchu wskazówek zegara jest ona wkręcana. Zwrot wektora osiowego przemieszczenia śruby wyznacza zwrot wektora M_o .



Rys. 4.12. Moment siły względem punktu

Para sił

Para sił jest układem dwóch sił F równej wartości i równoległych, lecz o przeciwnych zwrotach. (rys. 4.13) Odległość r linii działania obu sił nazywamy ramieniem pary sił. Para sił przyłożona do ciała daje moment dążący do jego obrócenia.



Rys. 4.13. Para sił i moment pary sił

→

→

Moment pary sił F jest wektor M , którego wartość liczbowa jest równa $M = F \cdot r$. Moment pary sił jest dodatni jeśli para dąży do obrócenia ramienia r w kierunku przeciwnym do ruchu wskazówek zegara. Jednostką momentu w układzie SI jest niutonometr [Nm].

Właściwości pary sił

- Wartość momentu pary sił nie zależy od obranego bieguna.
- Skutek działania pary sił nie zmieni się, jeżeli daną parę przeniesiemy w inne miejsce w jej płaszczyźnie działania lub w płaszczyźnie równoległej do płaszczyzny działania.
- Pary sił nie można zastąpić jedną siłą wypadkową. Pary sił nie można zrównoważyć jedną siłą równoważącą.
- Parę sił można zrównoważyć tylko drugą parą sił o równym co do wartości momencie, lecz przeciwnego znaku.
- Działanie pary sił nie zmieni się, jeśli proporcjonalnie powiększymy siły, a pomniejszymy jej ramię, lub odwrotnie.

Warunki równowagi ciała sztywnego

Ciało sztywne pozostaje w spoczynku pod wpływem działających na nie sił zewnętrznych jeśli siły te pozostają w równowadze. Mówimy wtedy po prostu o równowadze ciała sztywnego.

Warunki równowagi ciała sztywnego rozpatrzymy gdy na dane ciało działa:

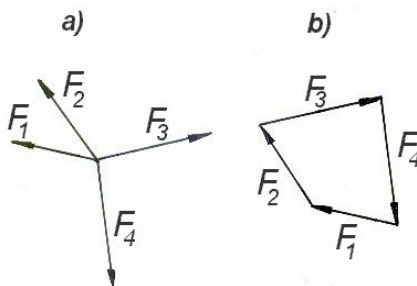
- płaski układ sił zbieżnych,

- dowolny płaski układ sił.

Warunki równowagi płaskiego układu sił zbieżnych

Płaski układ sił jest zbieżny wtedy gdy linie działania tych sił przecinają się w jednym punkcie.

Płaski zbieżny układ sił jest w równowadze gdy wielobok sił tego układu był zamknięty (rys. 4.14).



Rys. 4.14. Warunek geometryczny równowagi płaskiego układu sił zbieżnych

Warunkiem analitycznym równowagi zbieżnego płaskiego układu sił jest spełnienie dwóch warunków:

- suma algebraiczna rzutów sił na oś x jest równa zero,
- suma algebraiczna rzutów sił na oś y jest równa zero.

Warunek analityczny zapisujemy w postaci układu dwóch równań:

$$\begin{matrix} \rightarrow & \rightarrow \\ \sum F_{ix} = 0 & \text{ i } & \sum F_{iy} = 0 \end{matrix}$$

Warunki analityczne równowagi dowolnego płaskiego układu sił

Istnieją trzy alternatywne warunki równowagi dowolnego płaskiego układu sił:

- Dowolny płaski układ sił jest w równowadze jeśli:
 - suma algebraiczna rzutów wszystkich sił na oś x jest równa zero,
 - suma algebraiczna rzutów wszystkich sił na oś y jest równa zero,
 - suma algebraiczna momentów wszystkich sił względem dowolnego bieguna jest równa zero.

Musi być spełniony układ równań:

$$\begin{matrix} \rightarrow & \rightarrow & \rightarrow \\ \sum F_{ix} = 0; & \sum F_{iy} = 0; & \sum M_i = 0 \end{matrix}$$

Warunek ten nazywany jest warunkiem równowagi rzutów sił na osie x i y oraz równowagi momentów względem dowolnie wybranego punktu.

- Dowolny układ sił jest w równowadze jeśli:
 - sumy algebraiczne momentów wszystkich sił względem trzech punktów nie leżących na jednej prostej są równe zero.

Musi być spełniony układ równań:

$$\begin{matrix} \rightarrow & \rightarrow & \rightarrow \\ \sum M_A = 0; & \sum M_B = 0; & \sum M_C = 0 \end{matrix}$$

Przy czym punkty A, B, C nie leżą na jednej prostej

Warunek ten nazywany jest warunkiem równowagi momentów względem trzech punktów.

- Dowolny układ sił jest w równowadze jeśli:
 - sumy algebraiczne momentów względem dwóch dowolnych punktów są równe zero.

- suma algebraiczna rzutów wszystkich sił na dowolną oś nie prostopadłą do odcinka łączącego te dwa punkty jest równa zero.

Musi więc być spełniony układ równań:

$$\begin{array}{ccc} \rightarrow & \rightarrow & \rightarrow \\ \sum M_A = 0; & \sum M_B = 0; & \sum F_{i1} = 0 \end{array}$$

Przy czym oś 1 nie jest prostopadła do odcinka AB

Warunek ten nazywany jest warunkiem równowagi momentów względem dwóch punktów oraz równowagi rzutów sił.

Podane wyżej warunki umożliwiają analityczne wyznaczenie reakcji podpór w belkach statycznie wyznaczalnych. Belka jest bardzo często stosowanym w mechanice modelem elementu konstrukcyjnego, który przenosi obciążenia zginające. Do belek statycznie wyznaczalnych należą belki obciążone siłami zewnętrznymi mające jedną podporę stałą i jedną ruchomą. Z punktu widzenia metody obliczeń sił reakcji w podporach belką są np. oś pojazdu, wał maszyny, belka stropowa lub skrzydło samolotu. Do obliczeń reakcji podpór wybieramy jeden z wyżej wymienionych warunków równowagi sił. Wybieramy zwykle ten warunek równowagi, który umożliwia najprostszy tok obliczeń.

Warunki analityczne równowagi dowolnego przestrzennego układu sił

Dowolny przestrzenny układ sił jest w równowadze jeśli jest spełnionych sześć następujących warunków równowagi:

- Sumy algebraiczne rzutów wszystkich sił na osie x, y, z muszą być równe zero, to znaczy, że:

$$\begin{array}{ccc} \rightarrow & \rightarrow & \rightarrow \\ \sum F_{ix} = 0; & \sum F_{iy} = 0; & \sum F_{iz} = 0 \end{array}$$

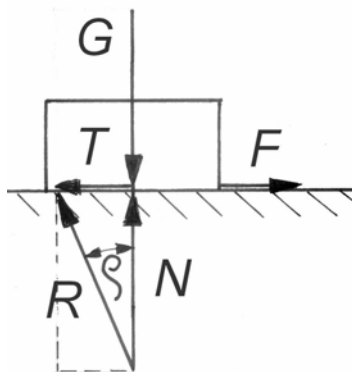
- Sumy algebraiczne momentów wszystkich sił i momentów par sił względem osi x, y, z muszą być równe zero, to znaczy, że:

$$\begin{array}{ccc} \rightarrow & \rightarrow & \rightarrow \\ \sum M_{ix} = 0; & \sum M_{iy} = 0; & \sum M_{iz} = 0 \end{array}$$

Tarcie ślizgowe

Tarcie pojawia się z chwilą przyłożenia siły która dąży do wywołania poślizgu dwóch stykających się ciał. Powierzchnie stykających się ciał nie są idealnie gładkie, występują zawsze pewne nierówności (wzniesienia, wklęsłości). Nierówności przeszkadzają poślizgowi. W przypadku łożysk i prowadnic tarcie jest zjawiskiem niepożądanym. W bardzo wielu przypadkach tarcie jest zjawiskiem jak najbardziej korzystnym, dążymy do jego zwiększenia, np. hamulcach, sprzęgłach i przekładniach pasowych. Tarcie umożliwia poruszanie się ludzi i zwierząt, ruch pojazdów po jezdni itp..

Rozważmy ciało o ciężarze G leżące na płaskim podłożu (rys. 4.15) :



Rys. 4.15. Siła tarcia ślizgowego

Podłoże oddziałuje na ciało z siłą N prostopadłą do podłoża, która równoważy ciężar G , a więc $N = G$. Przy próbie przemieszczenia ciała po podłożu np. w prawą stronę napotykamy opór i dopiero gdy siła F , która przekroczyła pewną wartość graniczną F_{gr} powoduje, że ciało ulega przemieszczeniu. Siła F_{gr} pokonała siłę, która przeciwdziałała ruchowi i która jest związana z oddziaływaniem powierzchni ciała i podłoża. Siłę tą nazywa się siłą tarcia T , a więc $T = F_{gr}$. Istnieje proporcjonalność między wielkością siły T , a reakcją normalną N . Współczynnik proporcjonalności nazywamy współczynnikiem tarcia μ . Siła tarcia ślizgowego T jest więc równa iloczynowi współczynnika tarcia ślizgowego μ i wartości reakcji normalnej N .

$$T = \mu \cdot N$$

Zaobserwowano, że w przypadku ruchu (dla niewielkich prędkości) siła tarcia T_k jest mniejsza niż w przypadku spoczynku, a więc $T_k < T$. Wnioskujemy, że współczynnik tarcia μ_k jest w przypadku ruchu mniejszy niż współczynnik tarcia w spoczynku, a więc:

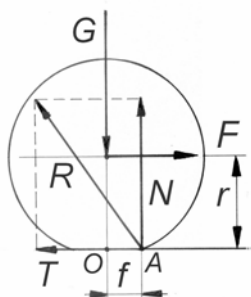
$$\mu_k < \mu$$

μ nazywamy współczynnikiem statycznego tarcia ślizgowego,
 μ_k nazywamy współczynnikiem kinetycznego tarcia ślizgowego.

Wartości współczynników tarcia ślizgowego wyznaczonych doświadczalnie dla różnych materiałów można znaleźć w poradnikach, np. w Poradniku Mechanika lub innych tego typu publikacjach.

Tarcie toczone

Podczas toczenia się walca o ciężarze G po poziomej płaszczyźnie (rys. 4.16) występują sprężyste odkształcenia walca oraz podłoża.



Rys. 4.16. Siły występujące podczas toczenia

Przy próbie obrócenia walca siłą F zaczepioną na osi walca pojawia się reakcja R , która może być zastąpiona dwiema siłami składowymi: siłą normalną N i styczną T do powierzchni podłoża. Z warunków równowagi sił względem osi poziomej i pionowej oraz równowagi momentów względem chwilowego punktu obrotu A otrzymujemy:

$$F = f \cdot G/r$$

Odległość f między punktem A przyłożenia reakcji normalnej N i teoretycznym punktem styku walca z podłożem O , nazywa się współczynnikiem tarcia tocznego albo ramieniem tarcia tocznego. Z powyższego wzoru wynika, że opór toczenia F nie zależy tylko od współczynnika tarcia f lecz również od promienia r . Ze wzrostem promienia r opór toczenia maleje. Wartości f (najczęściej w cm) dla różnych materiałów można również znaleźć w poradnikach.

4.1.2. Pytania sprawdzające

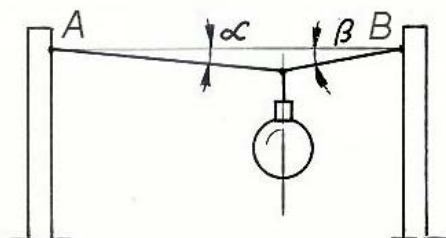
Odpowiadając na pytania, sprawdzisz, czy jesteś przygotowany do wykonania ćwiczeń.

1. Jakie działania mogą być wykonywane na wektorach?
2. W jaki sposób dodajemy i odejmujemy wektory?
3. Jakie modele ciał są stosowane w mechanice?
4. Określ rodzaje więzów występujące w mechanice?
5. Które wielkości w mechanice są wektorami, a które skalarami?
6. Jakie cechy ma wektor?
7. Jaki układ sił nazywamy zbieżnym?
8. Jakie warunki muszą być spełnione aby płaski układ sił zbieżnych był w równowadze?
9. Co to jest moment siły względem punktu?
10. Co to jest para sił?
11. Jakie warunki muszą być spełnione aby płaski dowolny układ sił był w równowadze?
12. Jakie warunki muszą być spełnione aby przestrzenny dowolny układ sił był w równowadze?

4.1.3. Ćwiczenia

Ćwiczenie 1

Wyznacz analitycznie reakcje podpór A i B lampy ulicznej o masie m zawieszanej na linach między słupami:



$$\alpha = 5^\circ, \beta = 10^\circ, m = 60\text{kg}.$$

Sposób wykonania ćwiczenia

Aby wykonać ćwiczenie powinieneś:

- 1) zaznaczyć na rysunku kierunki i zwroty wektorów reakcji R_A i R_B ,
- 2) zastosować odpowiedni warunek równowagi układu sił,
- 3) ułożyć układ równań równowagi sił,
- 4) rozwiązać układ równań i obliczyć reakcje R_A i R_B ,
- 5) zapisać wyniki obliczeń:

$$R_A = \dots\dots\dots\text{N}$$

$$R_B = \dots\dots\dots\text{N}$$

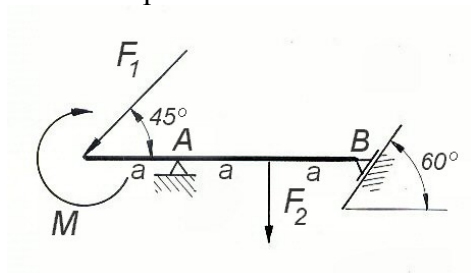
- 6) porównać wartości sił R_A i R_B z ciężarem lampy.

Wyposażenie stanowiska pracy:

- literatura zgodna z punktem 6 poradnika,
- poradnik dla ucznia

Ćwiczenie 2

Wyznaczyć reakcje podpór belki w punktach A i B:



Dane:

$$F_1 = 500 \text{ N}$$

$$F_2 = 250 \text{ N}$$

$$M = 500 \text{ Nm}$$

$$a = 0,2 \text{ m}$$

Sposób wykonania ćwiczenia

Aby wykonać ćwiczenie powinienś:

- 1) narysować układ współrzędnych,
- 2) zaznaczyć na rysunku spodziewane kierunki i zwroty wektorów reakcji R_A i R_B w podporach A i B,
- 3) zastosować do obliczeń odpowiedni warunek równowagi układu sił,
- 4) ułożyć układ równań,
- 5) rozwiązać układ równań i obliczyć składowe reakcje R_A i R_B na osie x i y układu współrzędnych,
- 6) zapisać wyniki obliczeń:

$$R_{Ax} = \dots\dots\dots \text{N}$$

$$R_{Ay} = \dots\dots\dots \text{N}$$

$$R_A = \dots\dots\dots \text{N}$$

$$R_{Bx} = \dots\dots\dots \text{N}$$

$$R_{By} = \dots\dots\dots \text{N}$$

$$R_B = \dots\dots\dots \text{N}$$

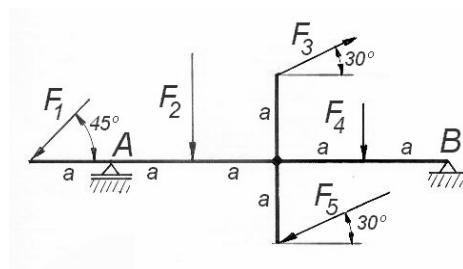
- 7) zweryfikować otrzymane wyniki ze względu na znaki (dodatnie, czy ujemne) wartości otrzymanych reakcji.

Wypożyczenie stanowiska pracy:

- literatura,
- poradnik dla ucznia.

Ćwiczenie 3

Wyznaczyć reakcje podpór belki w punktach A i B:



Dane:

$$F_1 = 300 \text{ kN}$$

$$F_2 = 400 \text{ kN}$$

$$F_3 = 250 \text{ kN}$$

$$F_4 = 200 \text{ kN}$$

$$F_5 = 250 \text{ kN}$$

$$a = 0,5 \text{ m}$$

Sposób wykonania ćwiczenia

Aby wykonać ćwiczenie powinieneś:

- 1) wprowadzić układ współrzędnych,
- 2) zaznaczyć na rysunku spodziewane kierunki i zwroty wektorów reakcji R_A i R_B w podporach A i B,
- 3) zastosować do obliczeń odpowiedni warunek równowagi układu sił,
- 4) ułożyć układ równań,
- 5) rozwiązać układ równań i obliczyć składowe reakcje R_A i R_B na osie x i y układu współrzędnych,
- 6) zapisać wyniki obliczeń:

$$R_{Ax} = \dots\dots\dots \text{ kN}$$

$$R_{Ay} = \dots\dots\dots \text{ kN}$$

$$R_A = \dots\dots\dots \text{ kN}$$

$$R_{Bx} = \dots\dots\dots \text{ kN}$$

$$R_{By} = \dots\dots\dots \text{ kN}$$

$$R_B = \dots\dots\dots \text{ kN}$$

- 7) zweryfikować otrzymane wyniki ze względu na znaki (dodatnie, czy ujemne) wartości otrzymanych reakcji.

Wypożyczenie stanowiska pracy:

- literatura zgodna z punktem 6 poradnika,
- poradnik dla ucznia

4.1.4. Sprawdzian postępów

	Tak	Nie
Czy potrafisz:		
1) zdefiniować pojęcia: wektor i skalar?	☐	☐
2) wymienić działania na wektorach?	☐	☐
3) zdefiniować pojęcia punktu materialnego oraz ciała sztywnego?	☐	☐
4) podać definicję iloczynu skalarnego?	☐	☐
5) podać definicję iloczynu wektorowego?	☐	☐
6) podać definicję pary sił jej właściwości?	☐	☐
7) określić warunek równowagi zbieżnego układu sił?	☐	☐
8) określić warunki równowagi ciała sztywnego na który działa dowolny płaski układ sił?	☐	☐
9) wyznaczyć reakcje podpór belki płaskiego dowolnego układu sił?	☐	☐

4.2. Kinematyka

4.2.1. Materiał nauczania

Kinematyka jest działem mechaniki, który zajmuje się ruchami ciał bez zajmowania się jego przyczynami. Posługuje się znanymi już ze statyki modelami uproszczonymi ciała materialnego takimi jak: punkt materialny oraz ciało sztywne.

Ruch określa zmianę położenia ciała materialnego względem układu odniesienia, to znaczy względem innego ciała lub układu ciał uważanych za pozostające w spoczynku.

Ruch jest zawsze pojęciem względnym. Ruch zawsze określamy względem czegoś. To samo ciało może wykonywać ruchy względem różnych układów odniesienia. y względem , które mogą być związane z powierzchnią Ziemią, budynkiem, pojazdem, pokładem samolotu, korpusem maszyny itp. Dlatego też przy rozpatrywaniu ruchu należy dodawać względem jakiego układu odniesienia ruch ten będzie rozważany. Człowiek siedzący w fotelu lecącego samolotu pozostaje w spoczynku względem pokładu samolotu lecz wykonuje razem z samolotem ruch względem Ziemi. W rozważaniach technicznych wygodnie jest przyjmować układ, który będzie pozostawał zawsze w spoczynku jako nieruchomy układ odniesienia. Ruchy realizowane względem tego układu nazywamy ruchami bezwzględnymi. Ruchy rozpatrywane względem ruchomych układów odniesienia nazywamy ruchami względnymi.

Kinematyka dzieli się na dwa działy:

- kinematyka punktu materialnego,
- kinematyka ciała sztywnego.

Tor ruchu

Kolejne położenia poruszającego się punktu materialnego tworzą linię nazywaną torem ruchu punktu materialnego.

Ruchem prostoliniowym nazywamy ruch którego tor jest linią prostą.

Ruchem krzywoliniowym nazywamy ruch którego tor nie jest linią prostą.

Szczególnym przypadkiem ruchu krzywoliniowego jest ruch po okręgu.

Prędkość ruchu

Prędkość wyraża drogę jaką przebywa punkt materialny w jednostce czasu np. w ciągu 1s, czyli prędkość.

Jeśli prędkość jest przez cały czas taka sama to ruch nazywamy ruchem jednostajnym. Jeśli natomiast prędkość nie jest stała to ruch nazywamy ruchem zmiennym.

Wśród ruchów zmiennych wyróżniamy ruchy jednostajnie zmienne. Są to ruchy: jednostajnie przyspieszony, w których prędkość wzrasta o stałą wartość w jednostce czasu, oraz jednostajnie opóźniony, w których prędkość maleje o stałą wartość w jednostce czasu.

Ruch prostoliniowy jednostajny punktu materialnego

ruchu prostoliniowym jednostajnym prędkość v ma wartość stałą.

Przebyta droga s zależy od czasu trwania ruchu i wyraża się wzorem:

$$s = v \cdot t$$

Ruch prostoliniowy jednostajnie zmienny

W ruchu prostoliniowym jednostajnie zmiennym prędkość poruszającego się punktu materialnego jest jednostajnie rosnąca lub jednostajnie malejąca.

Prędkość v w chwili t wyraża się wzorem:

$$v_t = v_0 + a \cdot t$$

gdzie: v_0 – oznacza prędkość v w chwili $t = 0$, a – przyspieszenie.

Jeśli: $a > 0$ to ruch jest jednostajnie przyspieszony,

$a < 0$ to ruch jest jednostajnie opóźniony,

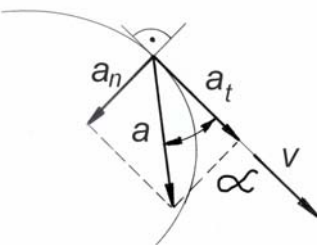
$a = 0$ to ruch jest jednostajny, tzn. prędkość v ma wartość stałą.

Droga w ruchu jednostajnie zmiennym z prędkością początkową v_0 wyraża się wzorem:

$$s = v_0 \cdot t + a \cdot t^2/2$$

Ruch krzywoliniowy zmienny

W ruchu krzywoliniowym zmiennym wektor przyspieszenia punktu materialnego tworzy z wektorem prędkości kąt α (rys. 4.17).



Rys. 4.17. Wektory prędkości i przyspieszenia w ruchu krzywoliniowym

Wektor przyspieszenia a możemy zastąpić dwiema składowymi, z których jedna jest prostopadła a druga styczna do toru ruchu.

Przyspieszenie normalne (nazywane dośrodkowym):

$$a_n = a \cdot \cos \alpha ,$$

Przyspieszenie a_n jest związane ze zmianą kierunku wektora prędkości.
Przyspieszenie styczne:

$$a_t = a \cdot \sin \alpha$$

Przyspieszenie a_t jest związane ze zmianą wartości wektora prędkości

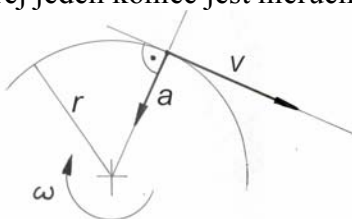
Oczywiście:
$$a^2 = a_n^2 + a_t^2$$

Jeśli:

- $a_n \neq 0$ i $a_t \neq 0$, to rozważany ruch jest ruchem krzywoliniowym zmiennym,
- $a_n \neq 0$ i $a_t = 0$, to rozważany ruch jest ruchem jednostajnym krzywoliniowym,
- $a_n = 0$ i $a_t = 0$, to rozważany ruch jest ruchem jednostajnym prostoliniowym,
- $a_n = 0$ i $a_t \neq 0$, to rozważany ruch jest ruchem prostoliniowym zmiennym.

Ruch punktu materialnego po okręgu

Ruch po okręgu jest bardzo często spotykanym rodzajem ruchu. Ruch taki wykonuje np. ciężarek umocowany na nici, której jeden koniec jest nieruchomy (rys. 4.18):



Rys. 4.18. Ruch punktu materialnego po okręgu

Prędkością kątową ω [rad/s] nazywamy stosunek kąta α do czasu t w którym ten kąt został zatoczony:

$$\omega = \alpha/t \quad [\text{rad/s}]$$

Prędkość liniowa v wyraża się wzorem:

$$v = \omega \cdot r$$

Przyspieszenie normalne a_n wyraża się wzorem:

$$a_n = v^2/r \quad \text{lub} \quad a_n = \omega^2 \cdot r$$

Ruch obrotowy ciała sztywnego

Podczas ruchu obrotowego ciało sztywne obraca się wokół osi l . Oś obrotu może znajdować się poza ciałem.

Analogicznie jak w przypadku ruchu prostoliniowego, w ruchu obrotowym wyróżniamy ruch obrotowy jednostajny i ruch obrotowy zmienny.

Ruch obrotowy jednostajny

W ruchu tym prędkość kątowa $\omega = \alpha/t$ jest stała.

W technice zwyczajowo prędkość kątową określa się prędkością obrotową n wyrażoną w obrotach na minutę [obr/min].

Oczywiście prędkości ω i n możemy przeliczać pamiętając, że:

1 obrót stanowi kąt $\alpha = 2\pi$ [rad], natomiast 1 minuta = 60 sekund.

stąd:

$$1[\text{obr/min}] = 2\pi/60 = \pi/30 [\text{rad/s}]$$

Jeśli ciało wykonuje n [obr/min] to jego prędkość kątowa wyrażona w [rad/s] wyraża się wzorem;

$$\omega = \pi/30 \cdot n \text{ [rad/s]}$$

Prędkość liniowa dowolnego punktu ciała oddalonego od osi obrotu o odległość r wyraża się wzorem:

$$v = \omega \cdot r$$

Wzór na prędkość v możemy również przedstawić w postaci:

$$v = \pi \cdot d \cdot n/60$$

gdzie d jest średnicą ($d = 2r$).

Kierunek wektora prędkości liniowej jest w każdej chwili styczny do toru ruchu.

Ruch obrotowy zmienny

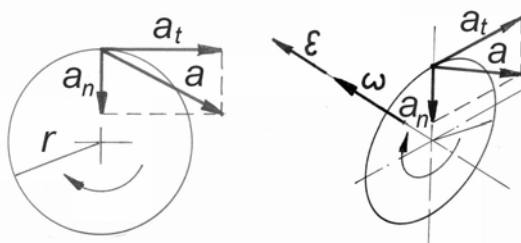
W ruchu tym prędkość kątowa ω jest zmienna. Jeśli prędkość wzrasta mamy do czynienia z ruchem przyspieszonym, a jeśli maleje z ruchem opóźnionym.

Jeśli stosunek przyrostu prędkości kątowej $\omega - \omega_0$ do czasu t jest stały to ruch taki nazywamy ruchem kątowym jednostajnie przyspieszonym.

Przyspieszeniem kątowym nazywamy wartość ε (epsilon) :

$$\varepsilon = (\omega - \omega_0)/t \text{ [rad/s}^2\text{]}$$

Przyspieszenie kątowe ε jest wektorem leżącym na osi obrotu (rys. 4.19).



Rys. 4.19. Ruch obrotowy zmienny

W ruchu przyspieszonym ($\varepsilon > 0$, gdy $(\omega - \omega_0) > 0$), zwrot przyspieszenia kątowego jest zgodny ze zwrotem prędkości kątowej ω .

W ruchu opóźnionym ($\varepsilon < 0$, gdy $(\omega - \omega_0) < 0$) wektor przyspieszenia kątowego ε ma zwrot przeciwny do kierunku wektora prędkości kątowej ω .

Jeśli $\varepsilon = \text{const}$ to ruch obrotowy jest jednostajnie przyspieszony lub opóźniony.

W przypadku gdy $\varepsilon = 0$ to ruch obrotowy jest jednostajny, wówczas $\omega = \omega_0 = \text{const}$.

Przyspieszenie styczne a_t punktu materialnego oddalonego o wartość promienia r od osi obrotu jest równe iloczynowi przyspieszenia kątowego i promienia r .

$$a_t = \varepsilon \cdot r$$

Przyspieszenie dośrodkowe a_n punktu materialnego oddalonego o wartość promienia r od osi obrotu jest równe iloczynowi kwadratu prędkości kątowej i promienia r .

$$a_n = \omega^2 \cdot r$$

Przyspieszenie całkowite a punktu materialnego oddalonego o wartość r od osi obrotu obliczamy ze wzoru:

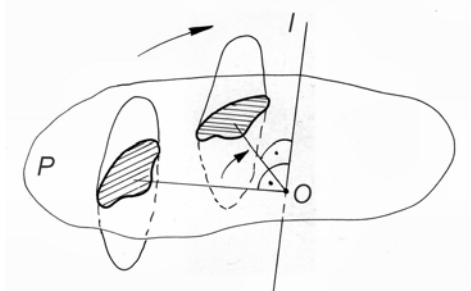
$$a^2 = a_t^2 + a_n^2$$

Droga kątowa α w ruchu obrotowym jednostajnie zmiennym wyraża się wzorem:

$$\alpha = \omega_0 \cdot t + \varepsilon \cdot t^2/2$$

Ruch płaski

W ruchu płaskim wszystkie punkty ciała poruszają się po torach płaskich leżących w płaszczyznach równoległych do płaszczyzny kierującej P (rys. 4.20).

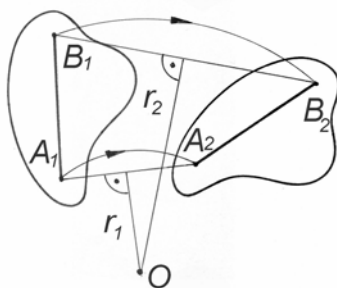


Rys. 4.20. Ruch płaski

Zastępcza oś i środek obrotu w ruchu płaskim.

Ruch płaski ciała z położenia 1 do położenia 2 (rys. 4.21) możemy traktować jako ruch obrotowy względem osi l nazywaną zastępczą osią obrotu. Oś obrotu l jest prostopadłą do płaszczyzny kierującej P i przecina ją w punkcie O nazywanym zastępczym środkiem obrotu. Zakładamy, że płaszczyzną kierującą jest płaszczyzna rysunku, a więc oś l jest widziana jako punkt O. Dalsze rozważania dotyczące płaskiego ruchu ciała możemy ograniczyć do ruchów przekroju tego ciała w płaszczyźnie kierującej, którą jest płaszczyzna rysunku (rys. 4.20).

Pojęcie chwilowego środka obrotu jest wygodne w analizie mechanizmów maszyn, ponieważ umożliwia sprowadzenie ruchu płaskiego ciała do ruchów obrotowych wykonywanych względem zastępczych środków obrotu.

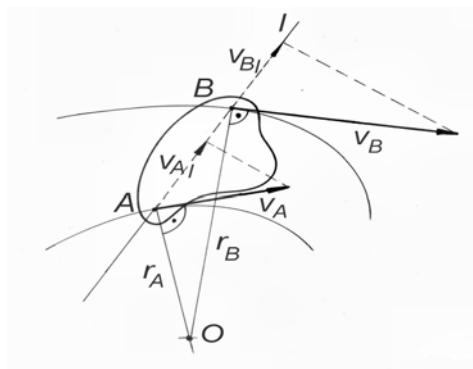


Rys. 4.21. Zastępczy środek obrotu w ruchu płaskim

Chwilowa oś obrotu, chwilowy środek obrotu

Znając wektory prędkości w dwóch różnych punktach ciała w płaszczyźnie kierującej (rys. 4.22.) możemy wyznaczyć chwilową oś obrotu oraz środek chwilowego obrotu O, jak również chwilową prędkość kątową ω_O ciała względem chwilowego środka obrotu:

$$\omega_O = v_A/r_A = v_B/r_B$$



Rys. 4.22. Chwilowy środek obrotu w ruchu płaskim

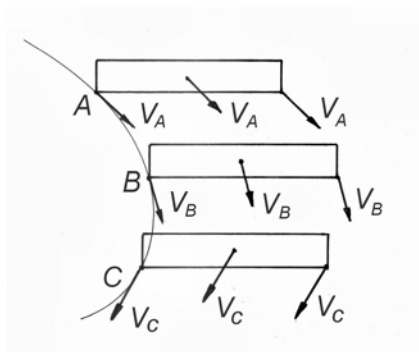
Twierdzenie o rzutach prędkości

Z rys 4.22. widać, że rzuty prędkości v_A i v_B na prostą l przechodzącą przez punkty A i B ciała sztywnego muszą być równe sobie tzn. że $v_{Al} = v_{Bl}$.

Gdyby rzuty te nie były równe tzn. $v_{Al} \neq v_{Bl}$, to oznaczałoby, że punkty A i B oddalają się od siebie lub zbliżają. Zjawisko to oczywiście nie występuje w przypadku ciała sztywnego. Powyższe spostrzeżenie pozwala na sformułowanie ważnego twierdzenia, że:
Rzuty prędkości dwu dowolnych punktów ciała sztywnego na prostą łączącą te punkty muszą być sobie równe.

Ruch postępowy

Ruch postępowy stanowi rodzaj ruchu płaskiego w którym wszystkie kolejne położenia ciała są równoległe do położenia początkowego (rys. 4.23). Tory przemieszczenia, prędkości i przyspieszenia wszystkich punktów ciała sztywnego są w danej chwili jednakowe, a więc znajomość wektora przemieszczenia, prędkości i przyspieszenia w jednym punkcie ciała umożliwia określenie przemieszczenia, prędkości i przyspieszenia w dowolnym punkcie tego ciała.



Rys. 4.23. Ruch postępowy

Prędkość w ruchu złożonym

Ruch punktu materialnego możemy rozpatrywać względem stałego lub ruchomego układu odniesienia. Ruch punktu względem stałego układu odniesienia nazywamy **ruchem bezwzględnym**. Ruch układu ruchomego względem stałego układu odniesienia nazywamy **ruchem unoszenia**. **Ruchem względnym** nazywamy ruch względnym ruchomego układu odniesienia. Ruch bezwzględny jest wynikiem złożenia ruchu względnego i unoszenia. Na przykład ruch bezwzględny względem Ziemi pasażera idącego po pokładzie statku jest rezultatem złożenia dwóch ruchów: ruchu unoszenia, czyli ruchu statku względem Ziemi oraz ruchu względnego tego pasażera względem pokładu statku.

Prędkość bezwzględna v_B jest sumą geometryczną prędkości względnej v_w oraz prędkości unoszenia v_U :

$$v_B = v_w + v_U$$

Przyspieszenie w ruchu złożonym

Przyspieszenie punktu materialnego w ruchu złożonym zależy od rodzaju ruchu układu odniesienia.

Możliwe są dwa przypadki:

- układ odniesienia wykonuje ruch postępowy (brak ruchu obrotowego),
- układ odniesienia wykonuje ruch obrotowy.

Układ odniesienia wykonuje ruch postępowy. W tym przypadku przyspieszenie bezwzględne jest sumą geometryczną przyspieszenia względnego i przyspieszenia unoszenia:

$$a_B = a_w + a_U$$

Układ odniesienia wykonuje ruch obrotowy. W tym przypadku przyspieszenie bezwzględne jest sumą geometryczną trzech przyspieszeń:

$$a_B = a_w + a_U + a_C$$

Przyspieszenie a_C jest nazywane przyspieszeniem Coriolisa (czyt. Koriolisa) (rys. 4.24). Przyspieszenie to występuje tylko wówczas gdy układ odniesienia wykonuje ruch obrotowy.

Wartość przyspieszenia a_C jest równa:

$$a_C = 2\omega \cdot v_w \cdot \sin \alpha$$

gdzie: ω – prędkość kątowna układu ruchomego,

v_w – wartość prędkości względnej,

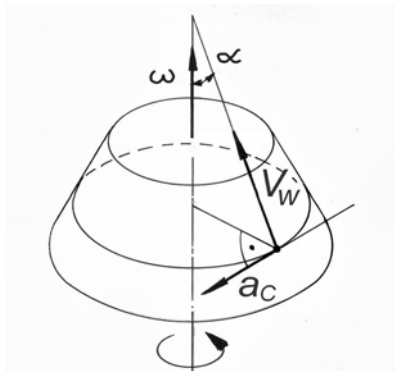
α – kąt zawarty między wektorem prędkości względnej v_w , a osią obrotu układu ruchomego (tzn. kierunkiem wektora ω).

Przyspieszenie Coriolisa nie występuje gdy:

$\omega = 0$, tzn. gdy brak jest ruchu obrotowego,

$v_w = 0$, tzn. gdy brak jest ruchu względnego,

$\alpha = 0$, tzn. gdy wektor prędkości względnej jest równoległy do osi obrotu układu unoszenia.



Rys. 4.24. Przyspieszenie Coriolisa

Ciało poruszające się po powierzchni Ziemi wzdłuż południka z prędkością v_w podlega przyspieszeniu Coriolisa którego wektor a_C jest prostopadły do wektorów ω oraz v_w . Wektor przyspieszenia Coriolisa jest skierowany wzdłuż południka. Dla ciał poruszających się po powierzchni Ziemi przyspieszenie to jest największe na biegunach, zaś na równiku w ogóle nie występuje bo kąt $\alpha = 0$. Przyspieszenie a_C ma niewielką wartość ponieważ prędkość kątowna ω jest niewielka ($2\pi \text{ rad/dobę}$). Jest jednak powodem występowania wielu zjawisk meteorologicznych takich jak np. pasaty lub wiatry monsunowe. Zaobserwowano również, że brzegi rzek płynących w kierunkach zgodnych z kierunkiem południków są intensywniej rozmywane z jednej strony.

4.2.2. Pytania sprawdzające

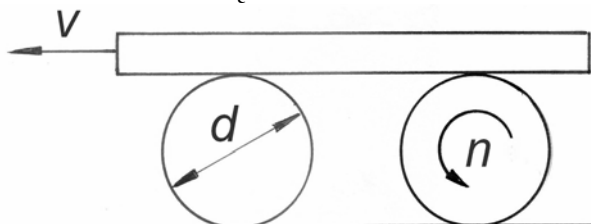
Odpowiadając na pytania, sprawdzisz, czy jesteś przygotowany do wykonania ćwiczeń.

1. Wyjaśnij na czym polega względność zjawiska ruchu.
2. Jak dzielimy ruchy ze względu na kształt toru?
3. Jak dzielimy ruchy ze względu na przebieg prędkości?
4. Podaj definicję ruchu postępowego.
5. Podaj definicję ruchu jednostajnie przyspieszonego.
6. Podaj twierdzenie o rzutach prędkości.
7. Wyjaśnij sposób wyznaczania zastępczego środka obrotu.
8. Na czym polega ruch jednostajny po okręgu?
9. Wyjaśnij, z jakich składowych składa się wektor przyspieszenia w ruchu krzywoliniowym.
10. Wyjaśnij, kiedy występuje i na czym polega przyspieszenie Coriolisa.

4.2.3. Ćwiczenia

Ćwiczenie 1

Płyta porusza się ruchem postępowym jednostajnym z prędkością $v = 0.5 \text{ m/s}$ tocząc się po kołach o średnicy $d = 0,2 \text{ m}$.
Oblicz prędkość kół w obrotach na minutę.



Sposób wykonania ćwiczenia

Aby wykonać ćwiczenie powinieneś:

- 1) wyznaczyć prędkość liniową w środku koła,
- 2) obliczyć prędkość kątową koła ω [$1/s$],
- 3) przeliczyć prędkość kątową ω wyrażoną w radianach na prędkość obrotową n [obr/min],
- 4) zapisać wyniki obliczeń:

$v_0 = \dots\dots\dots \text{ m/s}$

$\omega = \dots\dots\dots \text{ rad}$

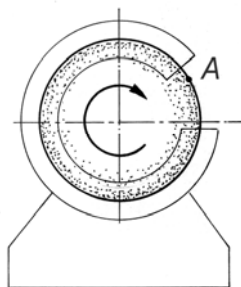
$n = \dots\dots\dots \text{ obr/min}$

Wypożyczenie stanowiska pracy:

- literatura zgodna z punktem 6 poradnika,
- poradnik dla ucznia

Ćwiczenie 2

Po włączeniu silnika maszyny tarcza szlifierska porusza się ruchem obrotowym jednostajnie przyspieszonym z przyspieszeniem kątowym $\varepsilon = 60 [1/s^2]$. Średnica d tarczy wynosi $0,4 \text{ m}$.



Oblicz:

- prędkość obrotową tarczy n [obr/min] po 5 sekundach od chwili włączenia maszyny,
- przyspieszenie całkowite a [m/s^2] w punkcie A na powierzchni tarczy w chwili $t = 5\text{s}$.

Sposób wykonania ćwiczenia.

Aby wykonać ćwiczenie powinieneś:

- obliczyć prędkość obrotową ω tarczy w chwili $t = 5\text{s}$ korzystając ze wzoru na prędkość końcową w ruchu obrotowym jednostajnie przyspieszonym,
- wyrazić prędkość kątową w obr/min,
- obliczyć przyspieszenie styczne a_t [m/s^2],
- obliczyć przyspieszenie dośrodkowe a_n [m/s^2],
- obliczyć przyspieszenie całkowite jako sumę geometryczną a_t i a_n ,
- zapisać wyniki obliczeń:

$$\omega_{t=5\text{s}} = \dots\dots\dots 1/\text{s}$$

$$n_{t=5\text{s}} = \dots\dots\dots \text{obr/min}$$

$$a_t = \dots\dots\dots \text{m/s}^2$$

$$a_n = \dots\dots\dots \text{m/s}^2$$

$$a = \dots\dots\dots \text{m/s}^2$$

Wypożyczenie stanowiska pracy:

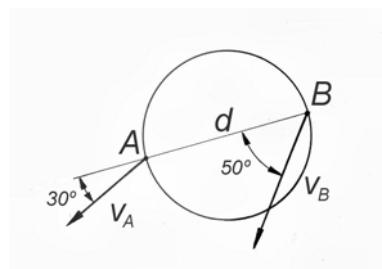
- literatura zgodna z punktem 6 poradnika,
- poradnik dla ucznia.

Ćwiczenie 3

Wyznacz chwilowy środek obrotu oraz oblicz chwilową prędkość kątową ω ciała sztywnego pokazanego na rysunku.

Dane:

$$v_A = 0.5 \text{ m/s}, \quad d = 0,5 \text{ m}$$



Sposób wykonania ćwiczenia

Aby wykonać ćwiczenie powinieneś:

- obliczyć v_B stosując twierdzenie o rzutach prędkości,
- obliczyć promienie r_A i r_B ,

- 3) obliczyć prędkość kątową,
- 4) zapisać wyniki obliczeń:

$V_B = \dots\dots\dots \text{ m/s}$

$r_A = \dots\dots\dots \text{ mm}$

$r_B = \dots\dots\dots \text{ mm}$

$\omega = \dots\dots\dots \text{ 1/s}$

$n = \dots\dots\dots \text{ obr/min}$

Wyposażenie stanowiska pracy:

- literatura zgodna z punktem 6 poradnika,
- poradnik dla ucznia

4.2.4. Sprawdzian postępów

	Tak	Nie
Czy potrafisz:		
1) zdefiniować pojęcie względności ruchu?	☐	☐
2) obliczyć przebytą drogę w ruchu prostoliniowym jednostajnie przyspieszonym?	☐	☐
3) zdefiniować pojęcie ruchu postępowego?	☐	☐
4) obliczyć prędkość obrotową n [obr/min] znając prędkość kątową ω [1/s]?	☐	☐
5) obliczyć przyspieszenie dośrodkowe w ruchu obrotowym?	☐	☐
6) zdefiniować pojęcia przyspieszenia stycznego i przyspieszenia dośrodkowego?	☐	☐
7) wyznaczyć zastępczy środek obrotu ciała w ruchu płaskim?	☐	☐
8) wyznaczyć chwilowy środek obrotu oraz obliczyć chwilową prędkość kątową ciała w ruchu płaskim?	☐	☐
9) obliczyć prędkość i przyspieszenie w ruchu złożonym?	☐	☐
10) wyjaśnić, kiedy występuje przyspieszenia Coriolisa?	☐	☐

4.3. Dynamika

4.3.1. Materiał nauczania

Dynamiką nazywa się dział mechaniki zajmujący się badaniem ruchu ciał materialnych z uwzględnieniem przyczyn które ten ruch wywołały. Podobnie jak kinematykę, dynamikę dzieli się na:

- dynamikę punktu materialnego,
- dynamikę ciała sztywnego.

Dynamika opiera się na zasadach, prawach przyrody, które jako pierwszy sformułował Izaak Newton w XVI wieku. Zasady te są nazywane zasadami dynamiki Newtona lub po prostu zasadami dynamiki.

Zasada 1:

Jeśli na ciało nie działa żadna siła lub siły działające na to ciało równoważą się to ciało pozostaje w spoczynku lub porusza się ruchem jednostajnym prostoliniowym.

W mechanice teoretycznej ciało na które nie działa żadna siła nazywa się ciałem izolowanym. Ciało takie w myśl pierwszej zasady dynamiki pozostaje w spoczynku lub wprawione w ruch porusza się ruchem jednostajnym po linii prostej. Stan taki występuje w przestrzeni kosmicznej. W rzeczywistości na Ziemi na każde ciało działa siła przyciągania ziemskiego oraz inne siły jak np. siły tarcia, oporu powietrza.

Zasada 2:

Siła przyłożona do ciała nadaje temu ciału przyspieszenie. Wektor przyspieszenia jest skierowany wzdłuż linii działania przyłożonej siły. Wartość przyspieszenia jest wprost proporcjonalna do wartości tej siły.

Zasadę tą wyrażamy wzorem:

$$a = F/m \quad \text{albo} \quad F = m \cdot a$$

gdzie: F – siła działająca na ciało,

m – masa ciała,

a – przyspieszenie.

Im większa jest masa ciała m tym dana siła F powoduje mniejsze przyspieszenie. Masa ciała jest miarą jego bezwładności. Jednostką masy jest 1kg, natomiast jednostką siły jest 1 N (niuton). Siła F ma wartość 1N, jeśli masie $m = 1\text{kg}$ nadaje przyspieszenie $a = 1\text{m/s}^2$.

$$1\text{N} = 1\text{kg} \cdot 1\text{m/s}^2$$

Na każde ciało działa siła przyciągania ziemskiego $G = m \cdot g$

$g = 9.81\text{ m/s}^2$ nazywamy przyspieszeniem ziemskim.

Zasada 3:

Każdemu działaniu towarzyszy równe, lecz zwrócone przeciwnie przeciwdziałanie.

Przykład: Leżąca na stole książka o masie m wywiera na powierzchnię stołu siłę $G = m \cdot g$ równą ciężarowi książki. Siła ciężaru jest równoważona siłą oddziaływania powierzchni stołu N . Książka pozostaje w spoczynku, a więc siła ta jest równa sile nacisku książki tzn. $N = G$.

Siły bezwładności

Działanie siły bezwładności odczuwamy w samochodzie, tramwaju lub autobusie. Przy ruszaniu i przyspieszaniu siła bezwładności „stara się nas przesunąć do tyłu”, natomiast przy hamowaniu „stara się nas przesunąć do przodu”.

- Siła bezwładności jest równa iloczynowi masy m poruszającego się ciała i przyspieszenia a , któremu to ciało podlega.
- Zwrot siły bezwładności jest przeciwny do zwrotu przyspieszenia.
- W ruchu jednostajnym $a = 0$ siła bezwładności nie występuje.

Powiązanie drugiej zasady dynamiki z występującymi siłami bezwładności opisuje zasada d'Alemberta.

Zasada d'Alemberta

Siła wypadkowa sił zewnętrznych działających na ciało równoważy się z siłą bezwładności

Stąd:

$$\sum F_i + (-m \cdot a) = 0$$

gdzie: $-m \cdot a$ jest siłą bezwładności.

Wprowadzając siłę bezwładności możemy dla ciał będących w ruchu stosować znane ze statyki równania równowagi sił i obliczać reakcje więzów.

Pęd i impuls siły

Pędem nazywamy iloczyn masy punktu materialnego i prędkości.: $B = m \cdot v$

Pęd B jest wektorem. Jego kierunek i zwrot jest zgodny z kierunkiem prędkości.

Impulsem siły nazywamy iloczyn siły i czasu. Impuls siły $F \cdot t$ powoduje przyrost pędu ciała:

$$F \cdot t = m \cdot v_2 - m \cdot v_1$$

Wnioski:

- zmiana pędu wymaga aby na ciało działała przez pewien czas t siła F ,
- zmiana pędu jest tym większa im większa jest siła i im dłuższy jest czas jej działania,
- pęd ciała jest stały jeśli wypadkowa sił zewnętrznych działających na ciało jest równa zeru.

Środek masy ciała

Środek masy ciała sztywnego jest wyobraźnym punktem mającym tę właściwość, że ciało podparte w tym punkcie znajduje się zawsze w stanie równowagi obojętnej, a więc jest w równowadze w każdym położeniu. Środek masy jest nazywany również środkiem ciężkości ciała.

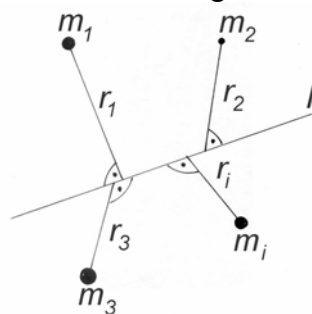
Często w rozważaniach i obliczeniach ciało sztywne zastępujemy punktem materialnym. Położenie tego punktu pokrywa się z położeniem środka masy ciała. Punktowi temu przypisujemy masę m równą masie ciała. Dla ciał o stałej gęstości, mających kształt brył geometrycznych położenia środków ciężkości pokrywa się z położeniami środków symetrii tych brył.

Ruch środka masy

Środek ciężkości pod wpływem sił zewnętrznych porusza się tak, jakby w nim była skupiona cała masa i jakby w nim była przyłożona siła F równa sile wypadkowej wszystkich sił zewnętrznych działających na układ.

Masowy moment bezwładności układu punktów materialnych

Moment bezwładności układu punktów materialnych względem osi l nazywamy sumę iloczynów mas tych punktów i kwadratów ich odległości od osi l (rys. 4.25):



Rys. 4.25. Masowy moment bezwładności układu punktów materialnych względem osi

Moment bezwładności oznaczamy literą J .

$$J_l = \sum m_i \cdot r_i^2$$

Masowy moment bezwładności ciała

Ciało sztywne możemy umownie podzielić na n części o masach $\Delta m_1, \Delta m_2, \Delta m_3, \dots, \Delta m_n$. Odległości środków ciężkości tych mas od osi l oznaczamy przez $r_1, r_2, r_3, \dots, r_n$.

Momentem bezwładności ciała względem osi l nazywamy granicę, do której dąży suma:

$\sum \Delta m_i \cdot r_i^2$ gdy masy Δm_i maleją dążąc do zera $\Delta m_i \rightarrow 0$

$$J_l = \lim_{\Delta m_i \rightarrow 0} \sum \Delta m_i \cdot r_i^2$$

Wzory matematyczne do obliczenia masowych momentów bezwładności brył np. walca, tarczy lub kuli możemy znaleźć w poradnikach technicznych lub w podręcznikach z zakresu mechaniki. Wśród osi ciała wyróżniamy osie które nazywamy tzw. głównymi środkowymi osiami bezwładności ciała. W przypadku walca głównymi osiami bezwładności są osie symetrii.

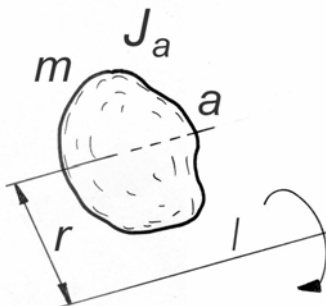
Ciało obracające się wokół tej osi lub też innej osi równoległej nie powoduje powstawania pary sił odśrodkowych, które dają moment pary sił odśrodkowych. Moment ten oddziałuje na łożyska w których jest podparte obracające się ciało.

Znając masowy moment bezwładności ciała względem osi przechodzącej przez środek masy możemy wyznaczyć masowy moment bezwładności względem dowolnej osi równoległej. Korzystamy wówczas z twierdzenia Steinera:

Twierdzenie Steinera

Masowy moment bezwładności ciała względem dowolnej osi l równoległej do osi a , przechodzącej przez środek masy, jest równy momentowi J_a względem tej osi powiększonemu o iloczyn masy ciała i kwadratu odległości między osiami. (rys. 4.26):

$$J_l = J_a + m \cdot r^2$$



Rys. 4.26. Masowy moment bezwładności ciała względem dowolnej osi równoległej.

Istnieje analogia matematyczna opisu zjawisk ruchu ciała w ruchu postępowym prostoliniowym i ruchu obrotowym. W ruchu postępowym prostoliniowym miarą bezwładności ciała jest masa m . W ruchu obrotowym miarą bezwładności ciała jest masowy moment bezwładności J .

Druga zasada dynamiki dla ruchu obrotowego

Moment M nadaje ciało przyspieszenie kątowe ϵ , które jest proporcjonalne do wartości tego momentu i odwrotnie proporcjonalne do wartości masowego momentu bezwładności J . Stąd:

$$\epsilon = M / J \quad \text{albo} \quad M = J \cdot \epsilon$$

Widzimy tu analogię do drugiej zasady dynamiki dla ruchu postępowego:

$$a = F / m \quad \text{albo} \quad F = m \cdot a$$

Zasada d'Alemberta dla ruchu obrotowego

W ruchu obrotowym suma momentów sił zewnętrznych (wypadkowy moment zewnętrzny) równoważy momenty sił bezwładności

To znaczy, że:

$$\sum M_i + (-J \cdot \epsilon) = 0$$

$J \cdot \epsilon$ jest momentem sił bezwładności

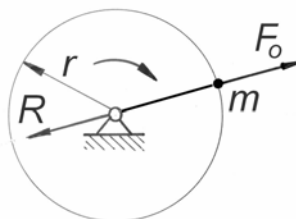
J – moment bezwładności

ϵ – przyspieszenie kątowe

Reakcje dynamiczne w ruchu obrotowym

Podczas ruchu obrotowego obracająca się masa wywołuje siłę odśrodkową F_o , która jest równoważona reakcją więzów R (rys. 4.27). W przeciwieństwie do reakcji statycznych, które są niezmiennie, reakcje dynamiczne zależą od prędkości ruchu obrotowego oraz mas i ich

rozmieszczenia względem osi obrotu. Podczas ruchu obrotowego wektory reakcji dynamicznych więzów wirują wraz z masą. Wektor całkowitej reakcji więzów jest sumą wektorów reakcji statycznych i dynamicznych.



Rys. 4.27. Siła odśrodkowa obracającej się masy i reakcja więzów

Jego wartość jest sumą geometryczną obu reakcji. Przy dużych prędkościach obrotowych reakcje dynamiczne mogą być wielokrotnie większe od reakcji statycznych. Największe reakcje występują w chwili gdy masa znajduje się w najniższym położeniu, najmniejsze natomiast gdy masa znajduje się w położeniu najwyższym.

Wyrównoważanie

Reakcje dynamiczne wywołują w maszynach niepożądane zjawiska takie jak np. niestabilna praca, hałas, drgania, szybkie zużywanie się łożysk, zjawiska zmęczeniowe w materiale. Przeciwdziałanie tym zjawiskom polega na wyrównoważeniu czyli wprowadzaniu dodatkowych mas (lub ich ujmowaniu) w celu doprowadzaniu do stanu w którym reakcje dynamiczne są równe zero. Wyrównoważanie jest nazywane potocznie wyważaniem. Mówimy np. o „wyważaniu” kół samochodowych. Maszyny na których wykonujemy wyrównoważanie nazywa się wyważarkami.

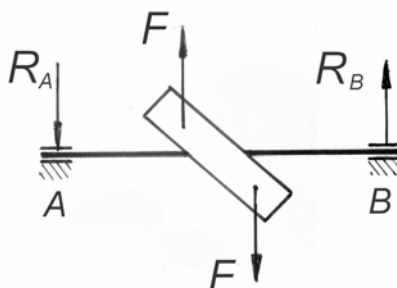
Rozróżniamy wyrównoważanie:

- statyczne,
- dynamiczne,
- statyczno-dynamiczne.

Ciało jest wyrównoważone statycznie, gdy środek jego masy przechodzi przez oś obrotu. Ciało znajduje się w równowadze w każdym położeniu. Wyrównoważanie polega na dołożeniu pewnej masy korekcyjnej tak, aby ciało było w równowadze obojętnej tzn. aby było w równowadze w każdym położeniu. Niekiedy wyrównoważanie polega na ujmowaniu masy np. przez nawiercanie w określonych miejscach otworów.

Ciało jest wyrównoważone dynamicznie gdy środek jego masy leży na osi obrotu, oraz gdy oś ta pokrywa się z główną środkową osią bezwładności tego ciała.

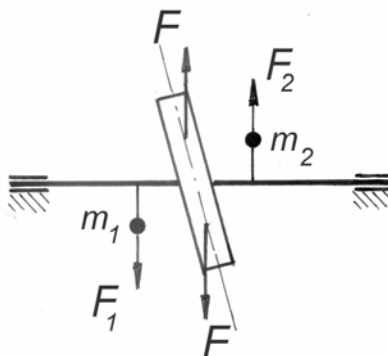
Ciało może być wyrównoważone statycznie ale nie być wyrównoważone dynamicznie (rys. 4.28):



Rys. 4.28. Przykład ciała niewyrównoważonego dynamicznie

Ciało znajduje się w równowadze obojętnej, jednak podczas ruchu obrotowego występują dwie przeciwnie skierowane siły bezwładności, które tworzą parę sił. Para ta daje moment dynamicznego niewyrównoważenia. Moment ten zgodnie z zasadą d'Alemberta jest równoważony reakcjami więzów R_A i R_B .

Wyrównoważanie dynamiczne polega na dołożeniu dwóch mas korekcyjnych leżących po przeciwnych stronach osi obrotu, rozmieszczonych w ten sposób aby powstał moment równoważący moment dynamicznego niewyrównoważenia (rys. 4.29). Wyrównoważanie statyczno-dynamiczne polega na wykonaniu obu opisanych wyżej rodzajów wyrównoważenia.



Rys. 4.29. Wyrównoważenie dynamiczne przez wprowadzenie mas korekcyjnych m_1 i m_2

Zasada zachowania krętu (momentu pędu)

Krętem K nazywamy iloczyn momentu bezwładności J oraz prędkości kątowej ω względem osi obrotu l .

$$K = J \cdot \omega$$

W myśl tej zasady:

Kręt ciała w ruchu obrotowym jest stały, jeżeli suma zewnętrznych momentów względem osi obrotu jest równa zero.

To znaczy, że:

$$K = J \cdot \omega = \text{const}, \text{ gdy } \sum M_i = 0$$

Zasada ta stanowi analogie do zasady zachowania pędu dla ruchu prostoliniowego.

Energia kinetyczna

Energia kinetyczna ciała o masie m poruszającego się prostoliniowym ruchem postępowym z prędkością v wyraża się wzorem:

$$E_K = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

Energia kinetyczna ciała w ruchu obrotowym wyraża się wzorem:

$$E_K = \frac{1}{2} \cdot J \cdot \omega^2$$

Gdzie J – masowy moment bezwładności,

ω – prędkość kątowa ciała.

Twierdzenie Koeniga

Energia kinetyczna ciała w ruchu złożonym, składającym się z ruchu postępowego środka masy oraz ruchu obrotowego względem środka masy jest równa sumie energii kinetycznych ruchu postępowego i energii kinetycznej ciała w ruchu obrotowym:

$$E_K = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + \frac{1}{2} \cdot J \cdot \omega^2$$

Energia potencjalna

Energia potencjalną nazywa się zdolność do wykonania pracy. Energia potencjalna powstaje na skutek wcześniej wykonanej pracy. Np. podczas napinania łuku jest wykonana praca. Praca ta jest gromadzona (akumulowana) w łuku w postaci energii potencjalnej. Energia ta jest związana z odkształceniem sprężystym materiału z którego wykonano łuk. Energia ta jest następnie przekazywana strzale i zamieniona na energię kinetyczną pędzącej

strzały. W polu grawitacyjnym ziemi energia potencjalna ciała o masie m jest związana z wysokością h i wyrażona wzorem:

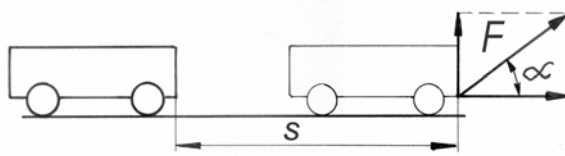
$$E_P = m \cdot g \cdot h$$

Masa wody m znajdująca się w zbiorniku retencyjnym elektrowni wodnej na wysokości h względem turbogeneratora ma energię potencjalną E_P . Woda ta wypływając ze zbiornika i spadając z wysokości h posiada prędkość v , a więc również energię kinetyczną, która jest zamieniana w turbogeneratorze na energię elektryczną. Napełnienie zbiornika retencyjnego wymaga wykonania pracy związanej z przepompowaniem wody na wysokość h .

Praca

Praca mechaniczna w ruchu prostoliniowym jest równa iloczynowi wartości siły działającej wzdłuż kierunku ruchu i drogi jaką przebył punkt zaczepienia tej siły (rys. 4.30).

$$W = F \cdot s \cdot \cos \alpha$$



Rys. 4.30 Praca mechaniczna w ruchu prostoliniowym

Jeśli siła działa w kierunku przeciwnym ruchowi to praca jest ujemna.

Jednostka pracy jest 1J (Joule) (czytaj: dżul). Jest to praca wykonana przez siłę 1N na drodze 1 metra.

$$1 \text{ J} = 1 \text{ N} \cdot 1 \text{ m}$$

Jeśli podczas ruchu na drodze s siła F jest zmienna to pracę wykonaną na tej drodze obliczamy przez sumowanie prac ΔW_i na poszczególnych odcinkach drogi Δs_i na których siły F_i oraz kąty α_i przyjmują stałe wartości.

Praca wyraża się wówczas wzorem:

$$W = \sum \Delta W_i = \sum F_i \cdot \Delta s_i \cdot \cos \alpha_i$$

W ruchu obrotowym praca wyraża się wzorem:

$$W = M \cdot \alpha$$

gdzie:

M – moment obrotowy

α – kąt obrotu (w radianach)

Zasada równoważności pracy i energii

Zgodnie z tą zasadą praca wszystkich sił działających na ciało jest równa przyrostowi energii mechanicznej tego ciała.

$$W = \Delta E$$

Energia mechaniczna E ciała jest sumą energii kinetycznej E_K oraz energii potencjalnej E_P .

$$E = E_K + E_P$$

Zasada zachowania energii mechanicznej

Jeśli na ciało nie działają żadne siły zewnętrzne lub praca sił działających jest równa zero to suma energii kinetycznej i potencjalnej tego ciała jest stała:

$$E = E_K + E_P = \text{const}$$

Jeśli np. energia potencjalna ciała maleje to wzrasta energia kinetyczna. Może również następować zjawisko odwrotne.

Moc

Moc jest zdolnością do wykonania pracy w ciągu określonego czasu. Jeśli czas ten jest krótszy, to moc jest większa. W mechanice moc P wyraża się wzorem:

$$P = W/t$$

Gdzie: W – praca

T – czas wykonania pracy

Pamiętając, że $W = F \cdot s$ oraz, że $s/t = v$

W ruchu postępowym moc P możemy wyrazić jako iloczyn siły F i prędkości v

$$P = F \cdot v$$

W ruchu obrotowym moc wyrażamy jako iloczyn momentu obrotowego M i prędkości kątowej ω :

$$P = M \cdot \omega$$

W układzie SI jednostką mocy jest 1 W (wat). Moc 1W oznacza pracę 1J wykonaną w ciągu 1 sekundy.

$$1W = 1 J/s$$

Sprawność

Sprawnością maszyny nazywamy stosunek pracy użytecznej W_u do pracy włożonej W . Sprawność oznaczamy grecką literą η (eta) i wyrażamy wzorem:

$$\eta = W_u/W$$

$$\eta < 1$$

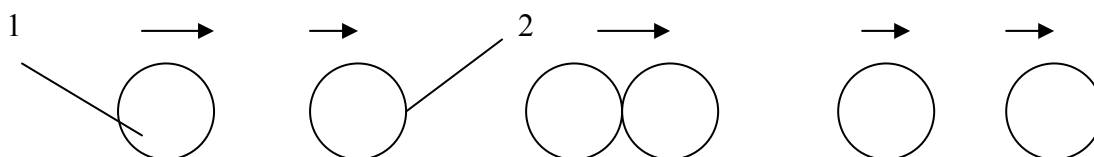
Praca użyteczna W_u jest mniejsza od pracy włożonej ze względu na energię straconą W_s na pokonanie sił tarcia. Sprawność możemy również wyrażać w procentach:

$$\eta = W_u/W \cdot 100\%$$

Sprawność wypadkowa η urządzenia, które składa się z szeregu połączonych ze sobą mechanizmów lub urządzeń o sprawnościach $\eta_1, \eta_2, \eta_3, \dots, \eta_n$ określa się jako iloczyn sprawności poszczególnych mechanizmów lub urządzeń.

$$\eta = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \cdot \dots \cdot \eta_n = \prod \eta_i$$

Uderzenie



Rys. 4.31. Zjawisko uderzenia

Zjawisko uderzenia pokazano na rys. 4.31. Dwie kulki poruszają się z różną prędkością. Prędkość kulki 1 jest większa niż kulki 2. Po pewnym czasie kulki się zetkną i przez czas t będą poruszać się razem. Czas ten określamy czasem uderzenia. Po upływie tego czasu, nastąpi rozłączenie się kulek. W czasie trwania uderzenia działa zmienna siła zwana siłą uderzenia, osiągająca tuż przed rozłączeniem się ciał wartość zero.

4.3.2. Pytania sprawdzające

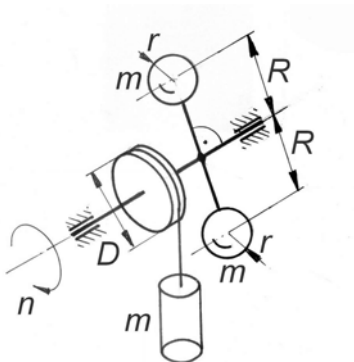
Odpowiadając na pytania, sprawdzisz, czy jesteś przygotowany do wykonania ćwiczeń.

1. Podaj definicję zasady dynamiki Newtona.
2. Podaj treść drugiej zasady dynamiki Newtona dla ruchu obrotowego.
3. Na czym polega zasada zachowania pędu?
4. Podaj definicję zasady zachowania krętu (momentu pędu).
5. Podaj definicję ruchu jednostajnie przyspieszonego
6. Podaj definicję osiowego momentu bezwładności.
7. Podaj definicję twierdzenia Steinera.
8. Wyjaśnij zasadę równoważności pracy i energii.
9. Jaki jest cel wyrównoważenia ciał i na czym ono polega?
10. Na czym polega statyczne niewyrównoważenie?
11. Na czym polega dynamiczne niewyrównoważenie?
12. Podaj definicję twierdzenia Koeniga.
13. Co to jest współczynnik tarcia?
14. Co określa współczynnik tarcia ślizgowego?
15. Co określa współczynnik tarcia tocznego?
16. Co to jest sprawność maszyny?
17. Co to jest uderzenie?

4.3.3. Ćwiczenia

Ćwiczenie 1*

Układ pokazany na rysunku pozostaje w chwili $t = 0$ w spoczynku. Oblicz prędkość obrotową n [obr/min] po czasie $t = 10$ sekund.



Dane: $R = 0,4$ m, $D = 0,4$ m, $r = 0,1$ m, masy ciężarków w kształcie kuli oraz walca $m = 2$ kg, moment bezwładności kuli względem osi przechodzącej przez jej środek $J_s = \frac{2}{5}m \cdot r^2$.

Sposób wykonania ćwiczenia

Aby wykonać ćwiczenie powinieneś:

- 1) obliczyć korzystając z twierdzenia Steinera wypadkowy moment bezwładności J układu trzech mas: dwóch kuli oraz masy walca m względem osi obrotu,
- 2) obliczyć wypadkowy moment M siły grawitacji działającej na układ (moment pochodzi od masy walca),

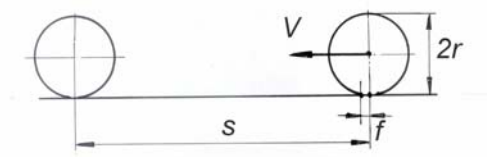
- 3) obliczyć korzystając z II zasady dynamiki dla ruchu obrotowego przyspieszenie kątowe ε ,
- 4) obliczyć prędkość kątową ω po czasie $t=10s$ i wyrazić ją w n obr/min,
- 5) zapisać wyniki obliczeń:
 $J = \dots\dots\dots \text{kgm}^2$
 $M = \dots\dots\dots \text{Nm}$
 $\varepsilon = \dots\dots\dots 1/s^2$
 $\omega = \dots\dots\dots 1/s$
 $n = \dots\dots\dots \text{obr/min}$

Wyposażenie stanowiska pracy:

- literatura zgodna z punktem 6 poradnika,
- poradnik dla ucznia.

Ćwiczenie 2

Piłka o masie m i średnicy $2r$ toczy się po poziomym podłożu z prędkością początkową v . Obliczyć długość drogi s toczenia się piłki do chwili zatrzymania.



Dane: $m = 5\text{kg}$, $v = 1,5 \text{ m/s}$, $2r = 0,3 \text{ m}$, $f = 0,01 \text{ m}$

Sposób wykonania ćwiczenia

Aby wykonać ćwiczenie powinien:

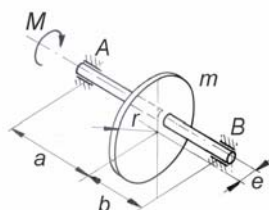
- 1) obliczyć korzystając z twierdzenia Koeniga początkową energię kinetyczną toczącej się piłki na początku drogi,
- 2) obliczyć siłę tarcia T ,
- 3) obliczyć drogę s ,
- 4) zapisać wyniki obliczeń:
 $E_k = \dots\dots\dots \text{Nm}$
 $T = \dots\dots\dots \text{N}$
 $L = \dots\dots\dots \text{Nm}$
 $S = \dots\dots\dots \text{m}$

Wyposażenie stanowiska pracy:

- literatura zgodna z punktem 6 poradnika,
- poradnik dla ucznia

Ćwiczenie 3

Krzywka w kształcie krążka o promieniu r i grubości h jest mimośrodowo zamocowana na wale.



W chwili $t = 0$ krzywka pozostaje w spoczynku. Po włączeniu silnika wał krzywki jest napędzany momentem M .

Dane: $a = 0,12 \text{ m}$, $b = 0,1 \text{ m}$, $r = 0,08 \text{ m}$, mimośrodowość zamocowania tarczy na wale $e = 0,015 \text{ m}$, $m = 2 \text{ kg}$, $M = 15 \text{ Nm}$. Moment bezwładności tarczy względem jej osi symetrii prostopadłej do jej płaszczyzny jest równy $J_s = m/2 \cdot r^2$

Oblicz:

1. Prędkość obrotową wału n [obr/min] po czasie $t = 5$ sekund.
2. Maksymalne reakcje łożysk w punktach A oraz B po czasie 10 sekund od chwili włączenia silnika.

Sposób wykonania ćwiczenia

Aby wykonać ćwiczenie powinienś:

- 1) obliczyć korzystając z twierdzenia Steinera moment bezwładności J krzywki względem osi obrotu,
- 2) obliczyć korzystając z II zasady dynamiki oblicz przyspieszenie kątowne wału ε ,
- 3) obliczyć prędkość kątową wału ω po czasie $t = 5 \text{ s}$,
- 4) obliczyć siłę odśrodkową F_r od masy m po czasie $t = 10 \text{ s}$ zakładając, że środek masy leży w środku geometrycznym krzywki,
- 5) ułożyć równania równowagi belki korzystając z zasady d'Alemberta, wał traktujemy jako belkę i stosujemy znane ze statyki warunki równowagi,
- 6) obliczyć reakcje podpór wału w punktach A i B pamiętając również o sile grawitacji działającej na krzywkę, masę wału pominąć,
- 7) zapisać wyniki obliczeń:

$J = \dots \text{ kgm}^2$

$\varepsilon = \dots \text{ 1/s}^2$

$\omega = \dots \text{ 1/s}$

$F_r = \dots \text{ N}$

$R_A = \dots \text{ N}$

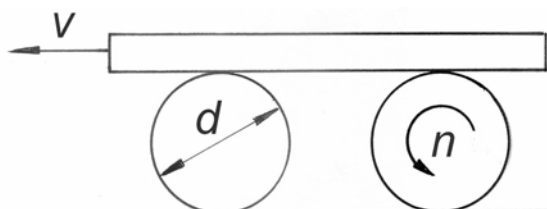
$R_B = \dots \text{ N}$.

Wyposażenie stanowiska pracy:

- literatura zgodna z punktem 6 poradnika,
- poradnik dla ucznia.

Ćwiczenie 4

Oblicz energię kinetyczną układu pokazanego na rysunku, jeśli masa płyty wynosi 40 kg , zaś masa koła wynosi 10 kg .



Sposób wykonania ćwiczenia

Aby wykonać ćwiczenie powinienś:

- 1) skorzystać z zależności, że energia kinetyczna układu jest sumą energii kinetycznej płyty oraz energii kinetycznej kół,

- 2) obliczyć energię kinetyczną płyty,
- 3) obliczyć energię kinetyczną kół,
- 4) zapisać wyniki obliczeń:

E_k płyty = Nm

E_k kół = Nm

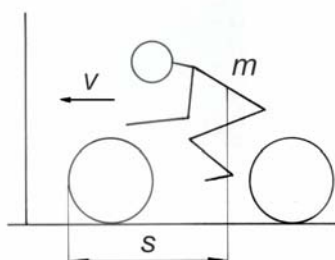
E_k całkowita = Nm

Wyposażenie stanowiska pracy:

- literatura zgodna z punktem 6 poradnika,
- poradnik dla ucznia

Ćwiczenie 5

Motocyklista jadący z nadmierną prędkością zderza się na łuku drogi z grubym pniem drzewa.



Oblicz:

Siłę bezwładności F z jaką motocyklista zostaje wyrzucony z siodła motocykla i uderza o pień drzewa.

Dane: prędkość motocykla w chwili zderzenia $v = 100$ km/godz, masa motocyklisty $m = 70$ kg, $s = 1,5$ m.

Zakładamy dla uproszczenia, że podczas zderzenia ruch na drodze s jest jednostajnie opóźniony.

W chwili zderzenia prędkość motocykla i motocyklisty gwałtownie maleje do zera. Energia kinetyczna ciała motocyklisty zamienia się na pracę siły bezwładności F . Siła ta wykonuje pracę na drodze s polegającą na wyrzuceniu motocyklisty z siodła. Jest to siła z jaką motocyklista uderza o pień drzewa.

Sposób wykonania ćwiczenia

Aby wykonać ćwiczenie powinieneś:

- 1) obliczyć energię kinetyczną motocyklisty E_k ,
- 2) przyrównać energię kinetyczną E_k z wykonaną pracą siły bezwładności F na drodze s ,
- 3) obliczyć siłę F w niutonach oraz w tonach siły,
- 4) zapisać wyniki obliczeń:

$E_k =$ Nm

$F =$ N

$F =$ T

Wyposażenie stanowiska pracy:

- literatura zgodna z punktem 6 poradnika,
- poradnik dla ucznia.

4.3.4. Sprawdzian postępów

	Tak	Nie
Czy potrafisz:		
1) podać definicje zasad dynamiki Newtona?	☐	☐
2) obliczyć przyspieszenie punktu materialnego na który działa układ sił zbieżnych?	☐	☐
3) obliczyć moment bezwładności punktu materialnego względem osi?	☐	☐
4) obliczyć siłę odśrodkową gdy punkt materialny porusza się po okręgu?	☐	☐
5) obliczyć reakcję dynamiczną łożysk w przypadku niewyrównoważenia dynamicznego obracającej się masy?	☐	☐
6) obliczać momenty bezwładności ciał?	☐	☐
7) obliczyć energię kinetyczną ciała w ruchu?	☐	☐
8) obliczać energię kinetyczną ciała poruszającego się ruchem złożonym?	☐	☐
9) obliczyć opór toczenia ciała znając jego wymiary, masę i współczynnik tarcia?	☐	☐
10) obliczyć sprawność wypadkową urządzenia znając sprawności elementów składowych?	☐	☐

4.4. Wytrzymałość materiałów

4.4.1. Materiał nauczania

Dziedzina nauki „wytrzymałość materiałów” umożliwia poznanie zależności potrzebnych do określenia wymiarów i kształtów elementów konstrukcyjnych oraz obliczenie dopuszczalnych naprężeń lub odkształceń w tych elementach. Wytrzymałością elementu konstrukcyjnego nazywa się graniczną wartość obciążenia, przy którym element ulega zniszczeniu lub niedopuszczalnemu odkształceniu. W zależności od działania obciążenia na ciało rozróżniamy następujące rodzaje tzw. prostych odkształceń:

- rozciąganie,
- ściskanie,
- ścinanie,
- skręcanie,
- zginanie.

W praktyce najczęściej mamy do czynienia z odkształceniami złożonymi np. ze zginaniem, któremu towarzyszy np. skręcanie.

Prawo Hooke’a

Rozpatrzmy pręt (np. stalowy) o długości l i przekroju S obciążony siłą osiową F .

Prawo Hooke’a brzmi:

Wydłużenie Δl jest wprost proporcjonalne do wartości siły działającej F oraz do długości elementu l , odwrotnie zaś proporcjonalne do pola przekroju S tego elementu. Prawo to możemy zapisać w postaci

$$\Delta l = F/E \cdot l/S \quad \text{lub} \\ F/S = \sigma = E \cdot \Delta l/l$$

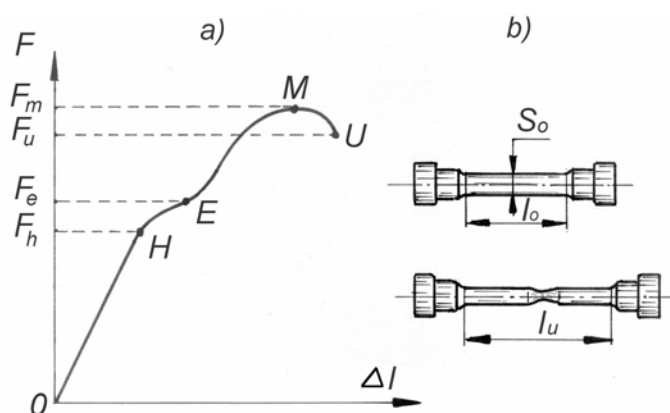
Z ostatniego wzoru wynika, że prawo Hooke'a można sformułować również w następujący sposób: Naprężenie normalne σ jest proporcjonalne do wydłużenia względnego ($\Delta l/l$).

Współczynnik E we wzorze jest nazywany modułem Younga lub modułem sprężystości wzdłużnej. Współczynnik ten jest cechą materiału. Im większa jest wartość modułu Younga tym dany materiał jest mniej podatny na odkształcenia przy rozciąganiu lub ściskaniu.

Próba rozciągania

Rzetelne informacje o właściwościach wytrzymałościowych materiałów konstrukcyjnych są niezwykle ważne dla konstruktora. Informacje te otrzymujemy na podstawie badań próbek materiałów w laboratorium. Badania takie w pierwszej kolejności wykonuje producent materiałów (np. huta, odlewnia, walcownia) w celu zbadania czy wyprodukowany materiał spełnia określone wymagania jakościowe i specyfikacje techniczne (np. normy określające właściwości wytrzymałościowe określonych gatunków stali). Jednym z badań wytrzymałościowych jest próba rozciągania próbki materiału na zrywarcie. Wymiary i kształty próbek zostały znormalizowane. Podczas powolnego rozciągania są mierzone i rejestrowane siła oraz wydłużenie próbki. Wartości pomiarów są automatycznie nanoszone na wykres. Na rys. 4.32a przedstawiono: wykres rozciągania próbki ze stali konstrukcyjnej niskowęglowej, natomiast na rys. 4.32b badane próbki.

Z wykresu widać, że w początkowej fazie rozciągania (odcinek O-H) wydłużenie próbki Δl jest proporcjonalne do siły rozciągającej. Na odcinku O-H materiał zachowuje się zgodnie z prawem Hooke'a. Powyżej punktu H obserwujemy, że wykres zaczyna przebiegać bardziej płasko. Wydłużenie próbki powiększa się bez znaczącego wzrostu siły rozciągającej. Następnie wykres zaczyna znowu przebiegać bardziej stromo, wydłużenie wymaga większego wzrostu siły rozciągającej. Zjawisko to nazywamy umocnieniem materiału. Narastanie siły trwa do chwili gdy osiągnie ona wartość odpowiadającą punktowi M.



Rys. 4.32. Próba rozciągania: a) wykres rozciągania próbki ze stali niskowęglowej, b) badane próbki

Wówczas na próbce pojawia się przewężenie, które staje się coraz bardziej wyraźne. Dalsze wydłużenia są już lokalizowane w pobliżu przewężenia. Wydłużenie zachodzi przy coraz mniejszej sile rozciągającej. W punkcie U następuje zerwanie próbki.

- **Granica proporcjonalności R_h** nazywamy stosunek siły rozciągającej odpowiadającej punktowi H do wartości przekroju poprzecznego próbki S_0 : Granica proporcjonalności odpowiada naprężeniu, po przekroczeniu którego materiał nie podlega prawu Hooke'a.

$$R_h = F_h / S_0 \quad \text{MPa}$$

- **Granica plastyczności R_e** nazywamy stosunek siły rozciągającej odpowiadającej punktowi E do wartości przekroju poprzecznego próbki S_0 . Granica plastyczności odpowiada naprężeniu, po osiągnięciu którego wzrost wydłużenia próbki następuje bez wzrostu lub nawet przy spadku obciążenia

$$R_e = F_e / S_0 \quad \text{MPa}$$

- **Granica wytrzymałości na rozciąganie** R_m nazywamy stosunek siły rozciągającej odpowiadającej punktowi M do wartości przekroju poprzecznego próbki S_m .

$$R_m = F_m / S_0 \quad \text{MPa}$$

Naprężenia dopuszczalne

Naprężenia rzeczywiste w częściach konstrukcyjnych nie mogą przekraczać naprężeń dopuszczalnych. Naprężenia dopuszczalne k muszą być mniejsze od granicy wytrzymałości R_m oraz od granicy plastyczności R_e .

Dla materiałów plastycznych naprężenia dopuszczalne przy rozciąganiu k_r zależą od granicy plastyczności R_e i są wyznaczane ze wzoru:

$$k_r = R_e / n, \quad \text{gdzie } n \text{ jest współczynnikiem bezpieczeństwa}$$

Dla materiałów kruchych, naprężenia dopuszczalne k zależą od wytrzymałości wartości granicznej na rozciąganie R_m i są wyznaczane ze wzoru :

$$k_r = R_m / n, \quad \text{gdzie } n \text{ jest współczynnikiem bezpieczeństwa}$$

Podobnie są określane naprężenia dopuszczalne przy innych rodzajach naprężeń: przy ściskaniu k_c , zginaniu k_g , ścinaniu k_t i skręcaniu k_s .

Wartość współczynnika bezpieczeństwa n zależy od wielu czynników. Większą wartość przyjmuje się dla materiałów kruchych, niejednorodnych. Wybór współczynnika jest kompromisem między wymaganiami bezpieczeństwa, a względami ekonomicznymi. Zbyt duże współczynniki bezpieczeństwa prowadzą do konstrukcji drogich i ciężkich.

Konstruktor korzysta podczas pracy z poradników technicznych lub np. przepisów resortowych, które podają wartości naprężeń dopuszczalnych. Zawarte tam tabele podają wartości naprężeń dopuszczalnych k dla różnych materiałów, rodzaju odkształceń i dla różnych zastosowań. Konstruktor wykonuje obliczenia wytrzymałościowe w celu określenia wymiarów elementów konstrukcyjnych jak również sprawdzenia czy wartości rzeczywiste naprężeń w elementach konstrukcyjnych nie przekraczają wartości naprężeń dopuszczalnych. Jest to sprawdzenie **warunku wytrzymałości**. W wielu elementach konstrukcyjnych np. w przypadku belek sprawdza się również **warunek sztywności**, który polega na sprawdzeniu ugięć elementu konstrukcyjnego pod wpływem działających sił i momentów.

Naprężenia normalne i styczne

Rozpatrzmy pręt rozciągany osiową siłą F (rys. 4.33), w którym wykonano umownie przekrój a-a. Pod wpływem sił F pojawiają się w tym przekroju naprężenia, które są rozłożone na całej powierzchni przekroju. Wypadkową tych naprężeń jest siła R która równoważy siłę rozciągającą F . Siłę R można rozłożyć na dwie składowe: siłę N normalną (tzn. prostopadłą do przekroju oraz siłę T styczną (równoległą do przekroju).



Rys. 4.33. Naprężenia styczne oraz normalne

Literą σ (sigma) oznaczamy naprężenia normalne $\sigma = N/S$, zaś literą τ (tau) oznaczamy naprężenia styczne $\tau = T/S$.

Dla przekroju prostopadłego do osi pręta mamy $\sigma = N/S = F/S$, zaś naprężenia styczne nie występują. ($\tau = 0$). W układzie SI jednostką naprężenia jest paskal Pa

$$1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2$$

W praktyce stosuje się jednostki będące wielokrotnością paskala:
Kilopaskal $1\text{kPa} = 10^3 \text{ Pa}$, oraz Megapaskal $1\text{MPa} = 10^6 \text{ Pa}$

Obliczanie elementów, które są narażone na rozciąganie i ściskanie

Obliczenie wytrzymałościowe polega na określeniu wartości naprężeń rzeczywistych σ i sprawdzeniu, czy są one nie większe od naprężeń dopuszczalnych przy rozciąganiu k_r lub ściskaniu k_c :

$$\sigma_r = F_r/S \leq k_r \quad \text{lub} \quad \sigma_c = F_c/S \leq k_c$$

Naprężenia termiczne

Na skutek wzrostu temperatury Δt ciała fizyczne rozszerza się, jego wymiar liniowy l wydłuża się o wartość $\Delta l = \alpha \cdot l \cdot \Delta t$

gdzie: α - współczynnik liniowej rozszerzalności cieplnej.

Przy spadku temperatury następuje skrócenie wymiarów ciała.

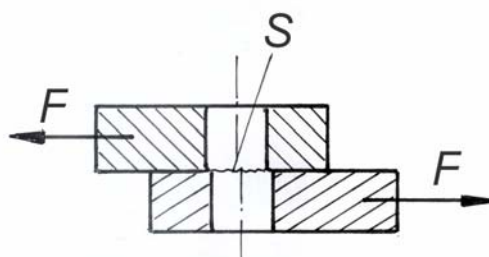
Jeżeli nie jest możliwa zmiana wymiarów ciała b np. ze względów na jego zamocowanie, to przy wzroście temperatury Δt wystąpią naprężenia termiczne σ równe:

$$\sigma = E \cdot \alpha \cdot \Delta t$$

gdzie: E – moduł Younga.

Obliczanie elementów, które są narażone na ścinanie

Ścinaniem nazywa się oddziaływanie dwóch sił tworzących parę o bardzo małym ramieniu. (rys. 4.34).



Rys. 4.34. Ścinanie

Naprężenia styczne τ w przekroju ścinanym wyraża się wzorem :

$$\tau = F/S$$

gdzie: F – siła ścinająca, styczna do przekroju ścinanego, S – pole przekroju ścinanego

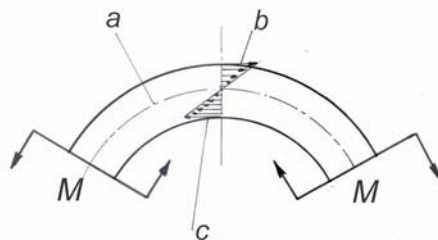
Warunek wytrzymałości elementu na ścinanie:

$$\tau = F/S \leq k_t$$

Obliczanie wytrzymałościowe elementów, które są narażone na zginanie

Czystym zginaniem nazywa się odkształcenie belki poddanej działaniu momentów zginających M (rys. 4.35) .

Przyjęto, że moment zginający jest dodatni, jeśli wygina belkę wypukłością ku dołowi. Na rysunku poniżej belka jest wyginana wypukłością ku górze, a więc oddziałujące na belkę momenty są ujemne.



Rys. 4.35. Czyste zginanie: a) oś obojętna, b) warstwy rozciągane, c) warstwy ściskane

Przy czystym zginaniu w przekroju poprzecznym belki mamy tylko naprężenia normalne σ , których wartość zwiększa się proporcjonalnie wraz z odległością od osi obojętnej a. Największe naprężenia $\sigma_{\max}$ występują w warstwach skrajnych. Są one równe:

$$\sigma_{\max} = \pm M/W$$

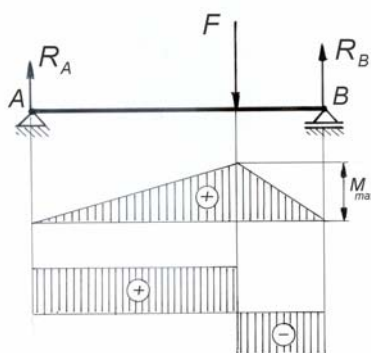
gdzie: M – moment zginający, W – wskaźnik wytrzymałości przekroju na zginanie.

Warunek wytrzymałości belki na zginanie ma postać:

$$\sigma_{\max} = \pm M/W \leq k_g$$

gdzie: k_g - naprężenie dopuszczalne na zginanie.

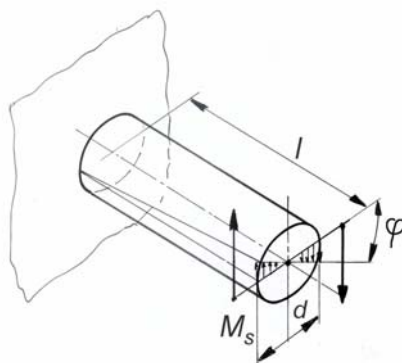
Wzory matematyczne do obliczania wartości wskaźników wytrzymałości W dla różnych kształtów przekroju belki znajdziemy w poradnikach technicznych. Na rys. 4.36. przedstawiono belkę poddaną działaniu dowolnego układu sił. Taki przypadek nazywamy zginaniem złożonym.



Rys. 4.36. Zginanie złożone

Skrećanie wału

Rozpatrzmy skrećanie wału. Podczas skrećania w przekroju poprzecznym pojawiają się naprężenia styczne τ , których wartość rośnie proporcjonalnie wraz z ich odległością od środka przekroju (rys. 4.37):



Rys. 4.37. Naprężenia w przekroju poprzecznym skręcanego wału

Warunek wytrzymałości wału na skręcanie ma postać:

$$\tau = M_s/W_o \leq k_s$$

gdzie:

W_o – wskaźnik wytrzymałości na skręcanie,

k_s – naprężenia dopuszczalne przy skręcaniu.

Wskaźnik wytrzymałości przekroju okrągłego pręta (wału) na skręcanie wyraża się wzorem:

$$W_o = \pi/16 \cdot d^3$$

Wzory na obliczenie wskaźnika W_o dla innych przekrojów znajdziemy w poradnikach technicznych.

Kąt skręcenia wału (pręta) pod wpływem momentu

Wał utwierdzony w ścianie jest skręcany momentem M_o (rys. 4.45). Przekrój końcowy ulega skręceniu o kąt φ nazywany kątem skręcenia.

Kąt skręcenia φ (rad) wyraża się wzorem:

$$\varphi = (M_s \cdot l)/(G \cdot J_o)$$

gdzie: M_s – moment skręcający, l – długość pręta, G – moduł odkształcenia postaciowego przy skręcaniu, J_o – biegunowy moment bezwładności przekroju poprzecznego.

Wyboczenie prętów

W przypadku ściskania osiowego prętów długich o małym przekroju obserwuje się, że począwszy od pewnej wartości siły ściskającej oś pręta dość gwałtownie się wygina. Stan taki nazywamy wyboczeniem pręta. Mówimy o utracie stateczności pręta. Wartość siły, po przekroczeniu której następuje utrata stateczności pręta nazywa się siłą krytyczną F_{kr} .

Poprawna konstrukcja musi spełniać nie tylko warunek wytrzymałości na ściskanie, lecz również warunek stateczności. Siłę krytyczną wyznaczamy ze wzoru Eulera:

$$F_{kr} = \pi^2 \cdot E \cdot J / l_r^2$$

Gdzie: E – moduł sprężystości wzdłużnej,

J – najmniejszy główny środkowy moment bezwładności przekroju pręta wyrażony w m^4

l_r – długość zredukowana pręta, która jest zależna od sposobu zamocowania końców pręta w m.

Ściskanie i rozciąganie nieosiowe

W przypadku, gdy działające na pręt siły (rozciągające lub ściskające) działają wzdłuż linii prostej równoległej do osi pręta zachodzi wówczas przypadek ściskania (rozciągania) nieosiowego. W prętach poddanych działaniu takim siłom oprócz ściskania (rozciągania) dodatkowo występuje zginanie.

Wytrzymałość zmęczeniowa

W przypadku, gdy na element konstrukcyjny działają przez długi czas naprężenia zmienne tzn. na przemian ściskające i rozciągające może pojawić się tzw. złom zmęczeniowy, następuje zniszczenie elementu konstrukcyjnego. Złom zmęczeniowy poprzedza pojawianie się mikropęknięć, które mają tendencję do powiększania się.

Wytrzymałością zmęczeniową nazywamy takie naprężenie σ_{max} , przy którym element konstrukcyjny nie ulegnie zniszczeniu po osiągnięciu umownej liczby cykli zmian obciążeń N . Naprężenia σ_{max} określamy dla danego cyklu obciążeń (np. naprężeń tętniących

wahadłowych). Liczbę cykli N podajemy w postaci wykładniczej. Np. dla konstrukcji spawanych przyjmuje się często $N = 2 \cdot 10^6$ cykli.

Wytrzymałość zmęczeniowa zależy nie tylko od rodzaju materiału, ale również od szeregu innych czynników takich jak:

- kształt elementu konstrukcyjnego i możliwości wystąpienia działania karbu,
- stanu powierzchni i rodzaju obróbki np. hartowanie powierzchniowe, azotowanie, dogładzanie, zgniot powierzchniowe,
- przebiegu zmian obciążenia.

4.4.2. Pytania sprawdzające

Odpowiadając na pytania, sprawdzisz, czy jesteś przygotowany do wykonania ćwiczeń.

1. Określ, czego dotyczy prawo Hooke?
2. Co to są naprężenia cieplne?
3. Jakie rodzaje naprężeń wyróżniamy w nauce o wytrzymałości materiałów?
4. Czym się różni graniczna wytrzymałość na rozciąganie R_m od dopuszczalnej wytrzymałości na rozciąganie k_r ?
5. Co to są naprężenia styczne τ i normalne σ w przekroju ciała?
6. Co to jest czyste zginanie?
7. Jakie rodzaje naprężeń mogą wystąpić w zginanej belce?
8. Od jakich parametrów zależy kąt sprężystego skręcenia wału?
9. Co to jest wskaźnik wytrzymałości przekroju?
10. Jakimi wskaźnikami wytrzymałości przekroju poprzecznego posługujemy się przy zginaniu oraz przy skręcaniu?

4.4.3. Ćwiczenia

Ćwiczenie 1

Oblicz naprężenia normalne w pręcie okrągłym o przekroju $S = 6 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$ ściskanym siłą $F = 1000 \text{ N}$.

Sposób wykonania ćwiczenia:

Aby wykonać ćwiczenie powinieneś:

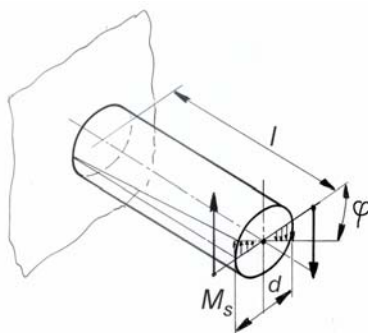
- 1) odszukać odpowiedni wzór na naprężenia w pręcie poddanym czystemu ściskaniu.

Wyposażenie stanowiska pracy:

- literatura zgodna z punktem 6 poradnika,
- poradnik dla ucznia/

Ćwiczenie 2

Oblicz maksymalne naprężenia styczne powstałe w wale przedstawionym na rysunku, jeśli średnica wału wynosi $d = 0,3 \text{ m}$, moment skręcający $M_s = 3000 \text{ Nm}$.



Sposób wykonania ćwiczenia:

Aby wykonać ćwiczenie powinieneś:

- 1) odszukać odpowiedni wzór na naprężenia w pręcie poddanym czystemu ściskaniu.

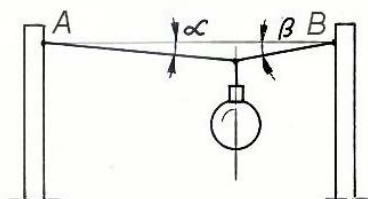
Wypożyczenie stanowiska pracy:

- literatura zgodna z punktem 6 poradnika,
- poradnik dla ucznia.

Ćwiczenie 3

Oblicz przekroje lin na jakich powinna być zawieszona lampa przedstawiona na rysunku.

Dane: dopuszczalne naprężenie na rozciąganie liny $k_r = 100 \text{ MPa}$. Odległość AB wynosi 20m.



Sposób wykonania ćwiczenia

Aby wykonać ćwiczenie powinieneś:

- 1) obliczyć reakcje R_A i R_B ,
- 2) obliczyć przekroje S_A i S_B lin przenoszących siły reakcji R_A i R_B ,
- 3) obliczyć wydłużenia sprężyste lin Δl_A , Δl_B pod wpływem sił R_A i R_B ,
- 4) zapisać wyniki:

$R_A = \dots \text{N}$

$R_B = \dots \text{N}$

$S_A = \dots \text{mm}^2$

$S_B = \dots \text{mm}^2$

$l_A = \dots \text{mm}$

$l_B = \dots \text{mm}$

$\Delta l_A = \dots \text{mm}$

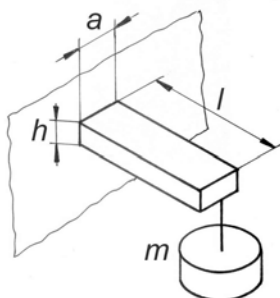
$\Delta l_B = \dots \text{mm}$

Wypożyczenie stanowiska pracy:

- literatura zgodna z punktem 6 poradnika,
- poradnik dla ucznia.

Ćwiczenie 4

Sprawdź, czy przedstawiona na rysunku belka może przenosić zaczepione na jej końcu obciążenie.



Dane: $a = 0,04 \text{ m}$, $h = 0,025 \text{ m}$, $l = 0,500 \text{ m}$, $m = 100 \text{ kg}$, wskaźnik wytrzymałości przekroju belki na zginanie $W = a/6 \cdot h^2$, naprężenie dopuszczalne $k_g = 70 \text{ MPa}$.

Sposób wykonania ćwiczenia:

Aby wykonać ćwiczenie powinienes:

- 1) wyznaczyć przekrój belki w którym moment jest maksymalny,
- 2) wyznaczyć wartość wskaźnika wytrzymałości W ,
- 3) obliczyć wartość naprężeń maksymalnych $\sigma_{\max}$,
- 4) porównać wartość naprężenia maksymalnego $\sigma_{\max}$ z wartością naprężeń dopuszczalnych k_g .
- 5) zapisać wyniki:

$$\begin{aligned} M_{\max} &= \dots\dots\dots \text{Nm} \\ W &= \dots\dots\dots \text{m}^3 \\ \sigma_{\max} &= \dots\dots\dots \text{N/m}^2 \end{aligned}$$

Wyposażenie stanowiska pracy:

- literatura zgodna z punktem 6 poradnika,
- poradnik dla ucznia.

4.4.4. Sprawdzian postępów

	Tak	Nie
Czy potrafisz:		
1) podać i opisać rodzaje naprężeń występujących w materiałach?	☐	☐
2) zdefiniować pojęcie naprężenia dopuszczalnego?	☐	☐
3) podać ogólny warunek spełniania wymagania wytrzymałości elementu konstrukcyjnego?	☐	☐
4) zdefiniować pojęcie wskaźnika wytrzymałości przekroju?	☐	☐
5) zdefiniować pojęcie wytrzymałości zmęczeniowej?	☐	☐
6) wymienić czynniki od których zależy wytrzymałość zmęczeniowa elementu konstrukcyjnego?	☐	☐

4.5. Części maszyn

4.5.1. Materiał nauczania

Klasyfikacja i cechy użytkowe części maszyn

Części maszyn możemy umownie podzielić na trzy podstawowe grupy:

- połączenia,
- elementy obrotowe oraz napędy,
- korpusy, szkielety i obudowy.

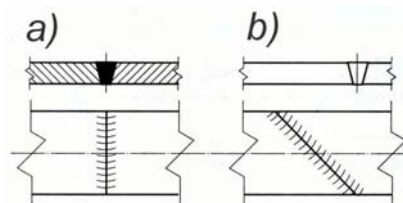
Połączenia – dzielimy na:

- połączenia nierozłączne, które podczas rozłączenia ulegają uszkodzeniu.
- połączenia rozłączne, które umożliwiają rozłączenie części bez ich uszkodzenia.

Do połączeń nierozłącznych zaliczamy połączenia spajane, a wśród nich połączenia: spawane, zgrzewane, lutowane, klejone.

Połączenia spajane

Połączenie spawane należy do połączeń nierozłącznych. Powstaje w wyniku nadtopienia brzegów łączonych elementów oraz na wprowadzeniu stopionego metalu dodatkowego, który stanowi spoiwo. Spoiwem jest materiał elektrody topliwej lub drut spawalniczy. Podczas spawania w wyniku kohezji następuje zmieszanie stopionych materiałów na głębokość kilku milimetrów. W celu nadtopienia brzegów łączonych elementów oraz stopienia elektrody jest doprowadzone ciepło, które umożliwia uzyskanie temperatury powyżej 3000°C . W zależności od rodzaju źródła ciepła rozróżnia się spawanie: gazowe, łukowe, laserowe, plazmowe. Przy spawaniu drutem jest konieczne zastosowanie osłony miejsca spawania obojętnym gazem szlachetnym np. argonem, który zapobiega utlenianiu się powierzchni spawanych. Przy spawaniu tworzyw sztucznych źródłem ciepła jest gorący strumień sprężonego powietrza. Spoiny spawane są przedstawiane w sposób umowny na rysunkach technicznych (rys. 4.38).



Rys. 4.38. Przykład oznaczania spoiny czołowej na rysunku technicznym a) na przekroju i widoku, b) na widokach.

W obliczeniach wytrzymałościowych spoin, będących najsłabszym miejscem połączenia, stosuje się wzory dotyczące wytrzymałości przy ściskaniu lub rozciąganiu, ścinaniu albo zginaniu. Jako naprężenia dopuszczalne k' materiału spoiny przyjmujemy wartości podawane w poradnikach technicznych. Są one 0.8 – 0.65 razy mniejsze w stosunku do odpowiednich naprężeń k na ściskanie lub rozciąganie, ścinanie lub zginanie.

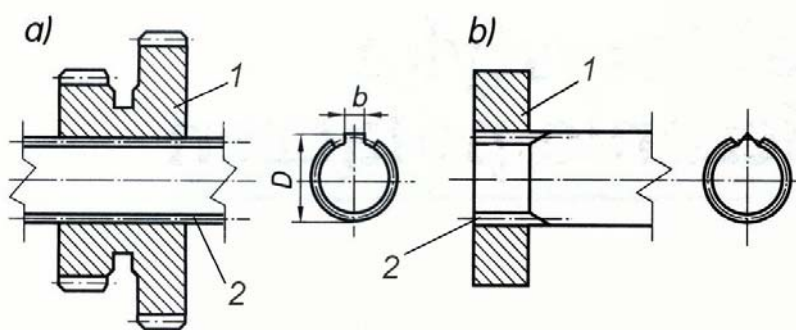
Połączenie zgrzewane należy do połączeń nierozłącznych. Proces zgrzewania odbywa się bez udziału materiału dodatkowego i polega na ogrzaniu łączonych materiałów do temperatury bliskiej temperatury topnienia (tzw. stanu ciastowatości), a następnie ich docisku. Połączenie następuje w wyniku dyfuzji i rekrytalizacji ziaren metalu. Do nagrzewania elementów stosuje się energię elektryczną (zgrzewanie oporowe lub iskrowe), energię powstającą przy spalaniu acetyleny (zgrzewanie gazowe), energię cieplną powstającą przy tarcu powierzchni styku łączonych elementów (zgrzewanie tarcowe).

Połączenie lutowane należy do połączeń nierozłącznych. Polega na wprowadzeniu roztopionego metalu (spoiwa) zwanego lutem pomiędzy dwa metalowe elementy pozostające w stanie stałym. Temperatura topnienia lutu jest niższa od temperatury topnienia łączonych

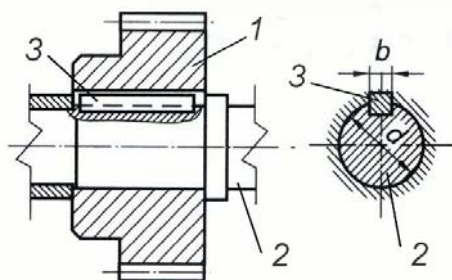
metali. Roztopiony lut łączy się z będącymi w stanie stałym metalami dzięki zjawisku kohezji i dyfuzji. Powierzchnie łączone muszą być czyste, odłuszczone, wolne od tlenków. Części, które mają być ze sobą połączone, muszą być tak skonstruowane, aby spoina pracowała tylko na ścinanie. Wytrzymałość połączenia lutowanego obliczamy na ścinanie. Wartość naprężeń dopuszczalnych k_r spoiny określamy na podstawie wytrzymałości doraźnej lutu na ścinanie R_t , przyjmując odpowiedni współczynnik bezpieczeństwa n . A więc $k_r = R_t/n$. Wartość n zależy od rodzaju obciążeń. Np. dla obciążeń tętniących przyjmujemy $n = 5$.

Połączenia klejone polega na nałożeniu warstwy kleju na oczyszczone powierzchnie klejone, a następnie ich docisku oraz odczekaniu pewnego czasu w celu utwardzeniu kleju. Działanie kleju polega na działaniu sił adhezji (przyczepności) oraz kohezji (wewnętrznej spoistości) cząsteczek kleju. Konstrukcja elementów klejonych powinna być taka, aby połączenie klejone było narażone tylko na ścinanie lub ściskanie, nigdy zaś na zrywanie lub rozwarstwienie. Połączenia klejone umożliwiają łączenie różnych materiałów, w tym metali z niemetalami. Wytrzymałość połączeń klejonych obliczamy stosując wzory dotyczące ścinania, podobnie jak dla obciążeń spoin lutowanych.

Połączenia kształtowe należą do połączeń rozłącznych. W połączeniach tych złączenie współpracujących części jest uzyskane tylko przez odpowiednie ukształtowanie części (rys. 4.39) lub też przez zastosowanie dodatkowego łącznika, np. wpustu (rys. 4.40), który określa nazwę połączenia.



Rys. 4.39. Połączenia kształtowe bezpośrednie [1] a) wielowypustowe, b) wielokarbowe. 1-koło, 2 -wałek



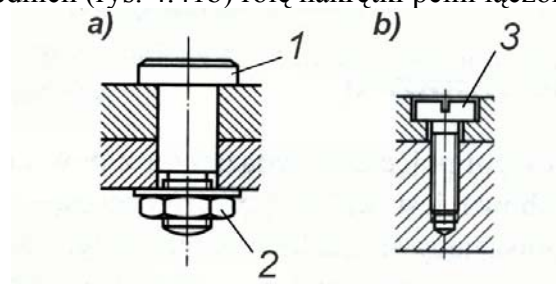
Rys. 4.40. Połączenie kształtowe pośrednie koła zębatego 1 z wałem 3 zrealizowane za pomocą wpustu pryzmatycznego [1]

Wymiary wpustów pryzmatycznych są znormalizowane i podane w normie PN-70/M-85005. Wytrzymałość połączenia wpustowego obliczamy stosując wzory dotyczące ścinania przekroju wpustu oraz na naciski powierzchniowe.

Połączenia wciskowe należą do połączeń rozłącznych. Przez zachowanie odpowiednich tolerancji wymiarów łączonych elementów części przy wciskaniu następuje odkształcenie sprężyste, zaś występujące siły zapewniają trwałe połączenie. Operacja wciskania może wymagać użycia specjalistycznych narzędzi. Pewną odmianą są połączenia wtlaczane, podczas których następują odkształcenia plastyczne łączonych części. Połączenia wtlaczane

wymagają użycia dużych sił podczas montażu. Wykonuje się je przy użyciu prasy. Umożliwiają przenoszenie dużych sił i momentów.

Połączenia gwintowe należą do połączeń kształtowych rozłącznych. Zasadniczymi elementami połączenia śrubowego jest łącznik (rys. 4.41a) składający się ze śruby 1 z gwintem zewnętrznym i nakrętki 2 z gwintem wewnętrznym (połączenie pośrednie). W połączeniach bezpośrednich (rys. 4.41b) rolę nakrętki pełni łączony element.



Rys. 4.41. Połączenie gwintowe spoczynkowe [1]: a) pośrednie (śrubowe), b) bezpośrednie [1]

Połączenia gwintowe mogą stanowić połączenia spoczynkowe (rys. 4.41) lub połączenia ruchowe, które określamy również jako mechanizmy śrubowe (np. pomiarowe, nastawcze lub napędowe).

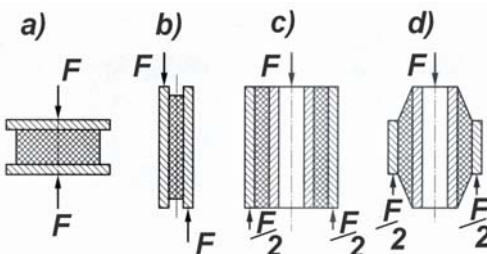
Są stosowane różne zarysy linii śrubowej (gwintu), który jest nacinany na powierzchni walcowej śruby oraz na powierzchni wewnętrznej nakrętki. Zarys gwintu może być trójkątny, trapezowy lub kołowy. Zarysy gwintów są znormalizowane. Gwinty metryczne, które są stosowane w budowie maszyn są ujęte normą PN-ISO 724:1995. Oznaczenie gwintu metrycznego składa się z symbolu literowego M, wartości średnicy znamionowej i podziałki oddzielonych znakiem x., np. M20x1.

W przypadku gwintów zwykłych symbol podziałki pomija się.

Elementy podatne – mają za zadanie: zapewnienie wzajemnego przemieszczenia się części maszyn w określonych granicach, akumulowanie energii mechanicznej, kasowanie luzów oraz amortyzowanie uderzeń. Najczęściej stosowanymi elementami podatnymi są: sprężyny (rys. 4.42) oraz łączniki gumowe (rys. 4.43):



Rys. 4.42. Sprężyna jako element konstrukcyjny [1]



Rys. 4.43. Gumowe elementy sprężyste [1]

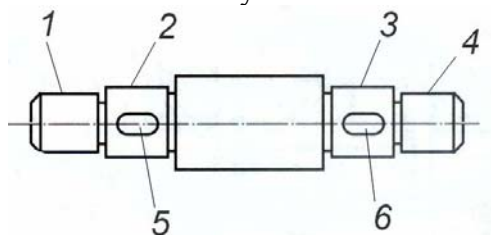
Połączenia rurowe – połączenia rurowe dzielimy na nierozłączne np. spawane, lutowane lub klejone, oraz połączenia rozłączne np. skręcane (gwintowe), kielichowe i kołnierzowe. Wymiary rur są podawane w mm (średnica zewnętrzna x grubość ścianki rury). Wymiary rur stosowanych w instalacjach hydraulicznych, gazowych są podawane w calach.

Połączenia skręcane (gwintowe) są wykonywane za pomocą łączników rurowych gwintowych wyposażonych w gwinty rurowe (oznaczane literą G). Są one objęte normą PN-ISO 8434-1: 1996.

Osie i wały – to elementy maszyny podparte na łożyskach wykonujące ruch obrotowy lub wahadłowy. Osie są narażone tylko na zginanie. Oś może być nieruchoma. Oś utwierdzoną jednostronnie nazywamy półosią. Krótką oś nazywamy sworzniem. Głównym zadaniem wału jest przenoszenie momentu obrotowego. Pod wpływem sił porzeczych wał jest również narażony na zginanie. Zależnie od liczby łożysk stanowiących podpory wału, rozróżniamy wały dwu i wielopodporowe. Wały mogą być proste lub wykorbione. W celu zmniejszenia ciężaru konstrukcji mogą być stosowane wały drażone, które mają mniejszy ciężar niż wały pełne. Czopami nazywa się części wałów stykające się ze współpracującymi elementami takimi jak: łożyska, koła zębate (rys.4.44).

Średnice czopów wału należy dobierać wg PN-78/M-02041. Średnice wałów stosowane w urządzeniach mechatronicznych zmieniają się stopniowo. Zależą od względów wytrzymałościowych oraz sposobu montażu.

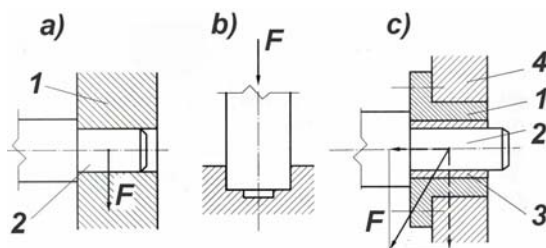
Wały obliczamy na skręcanie, jeśli przenoszą tylko momenty skręcające. W ogólnym przypadku, gdy wał przenosi równocześnie naprężenia zginające i naprężenia styczne od momentów skręcających obliczamy naprężenia zredukowane (nazywane również naprężeniami zastępczymi), korzystając z wzorów opartych na hipotezach wytrzymałościowych, np. na hipotezie wytrzymałościowej Hubera. Wzory do wykonania obliczeń znajdziemy w poradnikach technicznych.



Rys. 4.44. Przykład wału [1]:

1 i 4 - czopy ruchome współpracujące panewkami łożysk. 2 i 3 - czopy spoczynkowe współpracujące z elementami osadzonymi, np. kołami zębatymi. 5 i 6 - rowki czopów pod wpusty pryzmatyczne.

Łożyska ślizgowe – składają się z czopu i panewki (rys. 4.45). W czasie pracy powierzchnia czopu wału ślizga się po powierzchni panewki, występuje zatem tarcie ślizgowe.

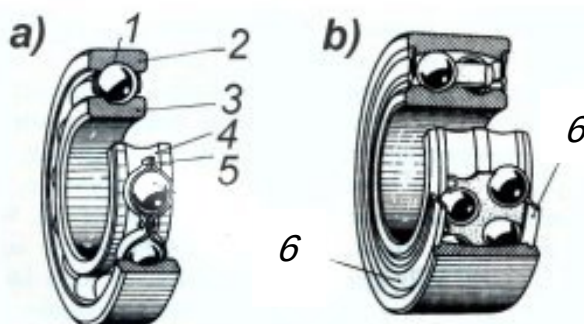


Rys. 4.45. Łożyska ślizgowe [1] a) – poprzeczne, b) – wzdłużne, c) – skośne

1- łożysko, 2- czop, 3- tuleja łożyska, 4-korpus.

Czop łożyska jest najczęściej wykonany z hartowanej i szlifowanej stali, zaś tuleje jako elementy wymienne są wykonane z brązu, stopu łożyskowego (cynowo-ołowiowego), mosiądzu lub materiałów porowatych, spiekanych np. z proszku żelaza lub brązu. W mechanizmach drobnych i precyzyjnych tuleje łożyskowe są wykonywane z tworzyw sztucznych takich jak np. poliamid, teflon lub z materiałów mineralnych jak np. szafir lub rubin.

Łożyska toczne – (rys. 4.46) składają się z pierścienia zewnętrznego 2 oraz wewnętrznego 3, elementów tocznych 1, koszyczka 5. Między bieżniami 4 toczą się elementy toczne 1 (np. w postaci kulek). Blaszki ochronne lub uszczelki gumowe 6 zabezpieczają przed dostawaniem się brudu i kurzu do wnętrza łożyska. Stosowane są również łożyska nie mające blaszek lub uszczelki gumowych.



Rys. 4.46. Łożyska toczne [1] a) kulkowe jednorzędowe, b) kulkowe dwurzędowe

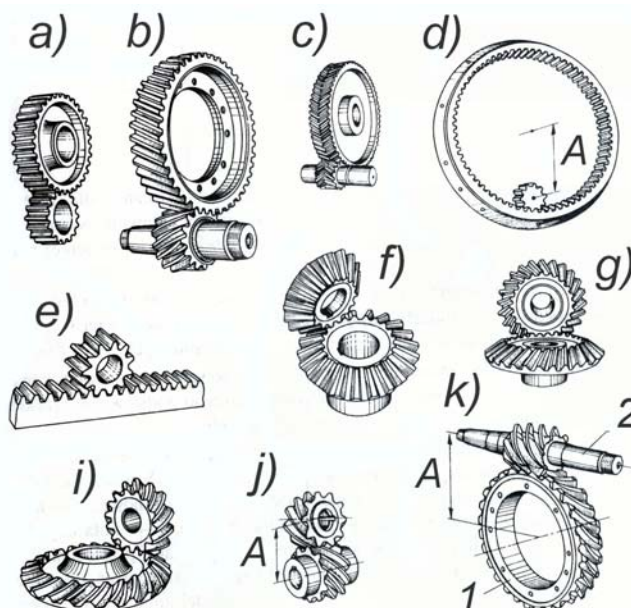
Wymiary łożysk zostały znormalizowane. Są podane w normach: PN-85/M-86100 i PN-89/M-86208. Normalizacja dotyczy średnicy otworu, średnicy zewnętrznej oraz szerokości łożyska. Dobór łożyska obejmuje wybór typu oraz wielkości łożyska. Wybierając typ łożyska należy brać pod uwagę rodzaj występujących w danej konstrukcji obciążeń (występowanie sił osiowych i promieniowych) oraz warunki eksploatacji urządzenia. Wielkość łożyska powinna zapewnić jego trwałość w określonych warunkach eksploatacyjnych w ciągu założonego czasu pracy urządzenia. W tym celu należy wybrać łożysko o określonej nośności statycznej C_0 oraz dynamicznej C . Niezwykle ważne znaczenie na trwałość łożyska ma staranność montażu oraz warunki eksploatacji. Niestaranny, wykonany nieodpowiednimi narzędziami montaż, niezgodne z zaleceniami producenta smarowanie, mogą znacznie skrócić czas eksploatacji łożyska mimo jego właściwego doboru przez konstruktora.

Przekładnie mechaniczne – stanowią mechanizmy do przekazywania energii kinetycznej z wału czynnego na wał bierny przy jednoczesnej zmianie prędkości obrotowej oraz momentu obrotowego.

Parametrami przekładni są:

- przełożenie kinematyczne $i = n_1/n_2$, gdzie: n_1 - prędkość wału czynnego, n_2 – prędkość wału biernego,
- moment obrotowy na każdym wale: $M = 9950 P/n$, gdzie M - Nm, P - kW, n – obr/min,
- Moc w kW,
- sprawność $\eta = P_2/P_1$ (η - gr. eta) $\eta < 1$ gdzie: P_1 – moc podawana, P_2 – moc odbierana.

Przekładnie zębate – stanowią mechanizm utworzony z jednej lub wielu par kół zębatych. Moment obrotowy jest przenoszony dzięki zazębianiu się kół. W przypadku występowania wielu par kół mamy przekładnię wielostopniową. Na rys 4.47 są przedstawiono różne rodzaje przekładni zębatych.



Rys. 4.47. Przekładnie zębate [1]

a – walcowa z zazębieniem zewnętrznym o zębach prostych, b – walcowa o zębach skośnych, c – walcowa o zębach daszkowych, d – walcowa o zazębieniu wewnętrznym, e – zębatkowa, f – stożkowa o zębach prostych, g oraz i – stożkowa o zębach skośnych lub krzywoliniowych, j – śrubowa, k – ślimakowa.

Technologia wykonania przekładni o zębach skośnych, daszkowych lub krzywoliniowych jest o wiele trudniejsza niż technologia wykonania przekładni o zębach prostych. Przekładnie zębate o zębach skośnych lub krzywoliniowych są jednak często stosowane ze względu na bardziej cichą pracę przekładni oraz większą wytrzymałość zębów niż podobne zęby proste.

Przekładnie cięgnowe – składają się z dwóch rozsuniętych kół i opasującego cięgna. Są stosowane wówczas, gdy koła współpracujące dzieli znaczna odległość.

W zależności od rodzaju cięgna rozróżniamy:

- przekładnie pasowe z pasem płaskim, okrągłym, klinowym lub zębatym,
- przekładnie łańcuchowe z łańcuchem ogniowym, płytkowym lub zębatym,
- przekładnie linowe.

Przekładnie łańcuchowe oraz przekładnie pasowe zębate zapewniają stałość przełożenia.

Pozostałe przekładnie nie zapewniają stałości przełożenia. Brak stałości przełożenia przekładni pasowych z pasem płaskim, klinowym lub okrągłym może być w pewnych zastosowaniach ich zaletą. W przypadku przeciążenia następuje poślizg pasa. Przekładnie te mogą więc spełniać również rolę sprzęgła przeciążeniowego.

Informacje na temat innych rodzajów przekładni można znaleźć w pozycjach [1, 2, 3, 4, 5] w spisie literatury.

Sprzęgła – służą do: łączenia poszczególnych części wału w celu przenoszenia momentu obrotowego, do włączenia i wyłączenia poszczególnych części wału przy stałe obracającym się wale napędowym, do zmiany kąta między osiami geometrycznymi łączonych wałów.

Sprzęgło składa się z członu czynnego, członu biernego oraz łącznika. Człon czynny jest osadzony na wale napędowym natomiast człon bierny na wale napędzanym. Łącznikami są elementy konstrukcyjne lub czynnik (np. ciecz, proszek) przekazujące moment obrotowy z członu czynnego na człon bierny.

Sprzęgła dzieli się na: **sztywne** – stosowane, gdy można zapewnić współosiowość obu łączonych wałów w czasie montażu, **samonastawne** – stosowane, gdy należy kompensować przesunięcie wału wzdłuż jego osi lub też niewielkie kątowe, lub promieniowe równoległe

przesunięcie osi wałów, bezpieczeństwa – stosowane, gdy przy nadmiernym wzroście obciążenia powinno nastąpić wyłączenie wałów, podatne – stosowane, gdy należy zabezpieczyć współpracujące urządzenie przed szkodliwymi skutkami przeciążeń lub drgań. Klasyfikacja sprzęgieł mechanicznych jest podana w PN-71/M-85250. Wiele rodzajów sprzęgieł zostało znormalizowanych. Podstawowym parametrem sprzęgła jest maksymalny moment obrotowy. Moment ten obliczamy znając moc i prędkość obrotową ze wzoru:

$$M_{\max} = K \cdot 9550 \cdot P/n$$

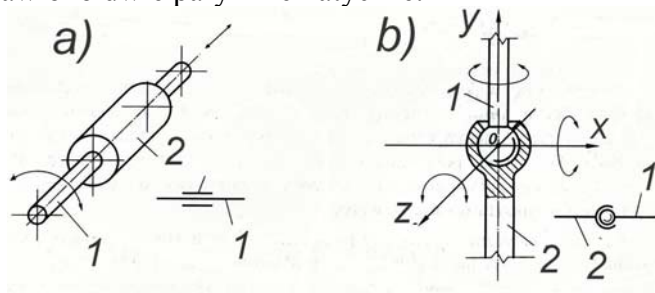
gdzie: $M_{\max}$ – w Nm, P – w kW, n – prędkość obrotowa w obr/min, K – Współczynnik przeciążenia. Współczynnik K ustala się doświadczalnie. W maszynach o niewielkich wahaniami momentu obrotowego wartość K jest równa 1,0÷1,5, natomiast w maszynach o dużych wahaniami momentu przyjmuje się K 3÷5.

Hamulce – służą do zatrzymywania części maszyn będących w ruchu lub ich utrzymywaniu w żądanym położeniu. Podczas zatrzymywania części za pomocą hamulców ciernych energia kinetyczna tych części jest stopniowo zamieniana na pracę tarcia i na ciepło, które jest następnie rozproszone do atmosfery. Hamulce luzowe stanowią odmianę hamulców ciernych. Utrzymują części maszyn w określonym położeniu dzięki sile wywieranej na nie przez sprężyny lub magnesy stałe. Zniesienie ich działania wymaga doprowadzenia energii (np. energii elektrycznej lub energii sprężonego powietrza).

Hamulce luzowe są stosowane w mechanizmach podnoszenia suwnic i w kolejnictwie. Są również stosowane w robotach przemysłowych i manipulatorach. Utrzymują one manipulator w zadanych położeniach wówczas, gdy zostanie wyłączone zasilanie silników elektrycznych lub np. odłączone sprężone powietrze. Brak hamulców luzowych w manipulatorach mógłby spowodować po wyłączeniu zasilania, nagły, niekontrolowany i niebezpieczny ruch zespołów manipulatora pod wpływem sił grawitacji.

Mechanizmy funkcjonalne – Maszynę można podzielić umownie na elementarne, samodzielne zespoły ruchowe połączonych ze sobą części maszyn, nazywanych mechanizmami. Maszyna składa się z mechanizmów. Mechanizm stanowi zespół członów (ogniw), które są połączone ze sobą ruchowo w taki sposób aby ruch jednego z tych ogniw powodował ściśle określone ruchy ogniw pozostałych. W każdym mechanizmie występuje człon czynny (napędzający) oraz człony bierne (napędzane). Układ dwóch członów (ogniw) mechanizmu połączonych ruchowo tworzy tzw. parę kinematyczną. Najprostsze pary kinematyczne to np. śruba i nakrętka lub czop i panewka. Pary kinematyczne dzieli się na klasy od I do V. Klasa określa liczbę odebranych stopni swobody. W analizie mechanizmów podstawową rolę odgrywa pojęcie tzw. liczby stopni swobody członu w przestrzeni. Człon w przestrzeni ma sześć stopni swobody. Tzn. może się przemieszczać względem osi x, y, z i może również zmieniać położenie katowe względem każdej z osi. Razem daje to sześć stopni swobody.

W wyniku połączenia członów w parę kinematyczną liczba stopni swobody każdego członu zostaje ograniczona. Ograniczenie to zależy od rodzaju zastosowanych więzów. Na rysunku 4.48 przedstawiono dwie pary kinematyczne.



Rys. 4.48. Pary kinematyczne

Para na rys. 4.48a stanowiąca tuleje i wałek jest parą, która ma dwa stopnie swobody. Możliwy jest obrót wałka i jego osiowe przemieszczanie. Zostały zatem odjęte 4 stopnie swobody. Para ta jest więc parą 4 klasy. Para na rysunku 4.48b jest przegubem kulistym. Jest parą trzeciej klasy.

Pojęcie par kinematycznych i klas umożliwia analizę złożonych mechanizmów pod względem tzw. ruchliwości w. Ruchliwość jest liczbą stopni swobody mechanizmu względem podstawy.

Istnieje związek między liczbą członów, par kinematycznych, a ruchliwością mechanizmu.

Związek ten jest nazywany **wzorem strukturalnym**.

Dla mechanizmów przestrzennych związek ten ma postać:

$$w = 6n - 5p_5 - 4p_4 - 3p_3 - 2p_2 - p_1$$

W przypadku mechanizmów płaskich wzór ten przybiera postać:

$$w = 3n - 2p_5 - p_4$$

gdzie: w – ruchliwość mechanizmu, n – liczba członów ruchowych, $p_1, p_2, \dots, p_5$ – liczba par kinematycznych należących do odpowiednich klas.

Jeśli $w = 1$ to znaczy, że mechanizm ma jeden człon napędzający. Jeśli $w > 1$ to oznacza, że jeden człon napędzający nie wystarczy do poruszania mechanizmem. Wzory strukturalne stanowią ważne narzędzia analizy złożonych mechanizmów.

Więcej informacji na temat rodzajów mechanizmów i ich struktury można znaleźć w pozycjach [1, 2, 3] ze spisu literatury.

4.5.2. Pytania sprawdzające

Odpowiadając na pytania, sprawdzisz, czy jesteś przygotowany do wykonania ćwiczeń.

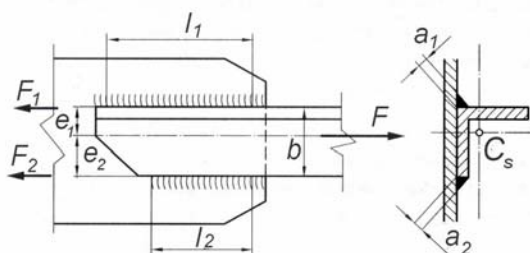
1. Czym charakteryzuje się połączenie spawane?
2. Czym charakteryzuje się połączenia zgrzewane?
3. Czym charakteryzuje się połączenia lutowane?
4. Jak powinny być ukształtowane powierzchnie w połączeniach klejonych?
5. W jakim celu są stosowane sprzęgła?
6. Jakie znasz rodzaje sprzęgieł?
7. W jakim celu są stosowane sprzęgła podatne?
8. Jaki podstawowy parametr należy brać pod uwagę przy wyborze sprzęgła?
9. W jakim celu są stosowane sprzężyny?
10. Jakie obciążenia przenoszą osie i wały?
11. Z jakich części składowych składa się łożysko ślizgowe?
12. Z jakich elementów składa się łożysko toczne?
13. Na czym polega dobór łożyska tocznego?
14. Jakie znasz rodzaje przekładni zębatach?
15. Które przekładnie cięgnowe zapewniają stałość przełożenia?
16. W jakim celu są stosowane hamulce?
17. Co to jest para kinematyczna?
18. Ile stopni swobody ma para kinematyczna V-klasy?

4.5.3.Ćwiczenia

Ćwiczenie 1

Oblicz długość spoin l_1 , l_2 jeśli połączenie spawane ma przenosić siłę F równą 8 kN. Linia działania siły F jest zbiorem geometrycznym środków ciężkości C_s przekrojów kątownika. Należy założyć, że naprężenia tnące τ [N/m²] w obu spoinach mają być jednakowe, stąd siły F_1 i F_2 będą różne. Różne będą też długości spoin l_1 i l_2 .

Dane: $a_1 = a_2 = 0,007$ m, $e_1 = 0,025$ m, $b = 0,080$ m. Naprężenia dopuszczalne, styczne w przekroju spoiny $k_t = 90$ MPa.



Sposób wykonania ćwiczenia

Aby wykonać ćwiczenie powinienś:

- 1) obliczyć siły F_1 i F_2 przenoszone przez spoiny,
- 2) obliczyć długości spoin l_1 i l_2 ,
- 3) zapisać wyniki obliczeń:

$F_1 = \dots\dots\dots$ kN, $F_2 = \dots\dots\dots$ kN, $l_1 = \dots\dots\dots$ mm, $l_2 = \dots\dots\dots$ mm

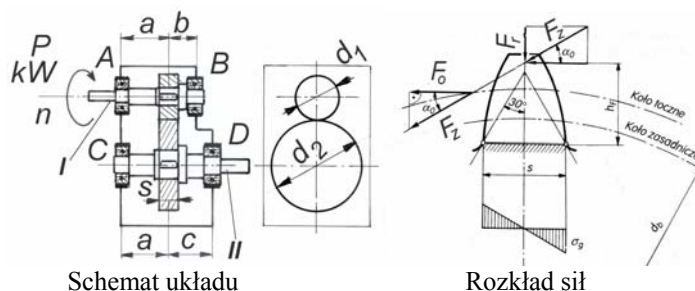
Wyposażenie stanowiska pracy:

- literatura zgodna z punktem 6 poradnika,
- katalogi,
- poradnik dla ucznia.

Ćwiczenie 2

Reduktor składa się z kół zębatach o średnicach podziałowych $d_1 = 0,045$ m i $d_2 = 0,0135$ m osadzonych na wałach I i II, zabezpieczonych przed obrotem za pomocą wpustów przyrzątczych. Pozostałe wymiary reduktora to: $a = 0,090$ m, $b = 0,070$ m, $c = 0,090$ m, $s = 0,030$ m. Reduktor jest napędzany silnikiem elektrycznym o mocy znamionowej $P = 1,5$ kW. Prędkość znamionowa silnika wynosi $n = 1450$ obr/min. Koła zębata są kołami o zazębieniu ewolwentowym o zębach prostych.

Oblicz reakcje w łożyskach A, B, C, D podczas pracy reduktora przy pełnym obciążeniu.



Uwaga

W budowie maszyn powszechnie stosuje się zęby, których zarys jest ewolwentą.

Podczas pracy przekładni zębatej, zęby kół oddziałują na siebie z siłą obwodową F_o oraz siłą promieniową F_r . Siła ta jest zależna od tzw. kąta przyporu α_0 . Kąt ten jest charakterystyczny dla uzębienia ewolwentowego. Najczęściej stosowane są uzębienia w których kąt przyporu $\alpha_0 = 20^\circ$. Wał na którym jest osadzone koło zębate jest zginany siłą F_z będącą wypadkową sił: obwodowej F_o i promieniowej F_r .

Sposób wykonania ćwiczenia

Aby wykonać ćwiczenie powinieneś:

- 1) obliczyć siłę obwodową F_o ,
- 2) obliczyć siłę zastępczą F_z .

Potraktuj wały I i II jako belki. Z warunków równowagi sił wyznacz siły reakcji w łożyskach. Pomiń siły grawitacji.

- 3) zapisać wyniki obliczeń:

$$F_o = \dots\dots\dots N, F_z = \dots\dots\dots N, R_A = \dots\dots\dots N, R_B = \dots\dots\dots N, R_C = \dots\dots\dots N, R_D = \dots\dots\dots N$$

Wyposażenie stanowiska pracy:

- literatura zgodna z punktem 6 poradnika,
- poradnik dla ucznia.

Ćwiczenie 3*

Korzystając z wyników ćwiczenia 2 dobierz łożyska kulkowe do reduktora.

Założenia:

- 1) łożyska mają zapewnić bezawaryjną pracę reduktora w ciągu 3 lat. Praca reduktora będzie dwuzmianowa,
- 2) średnice czopów wałów i wynoszą odpowiednio: $d_A = 30 \text{ mm}$, $d_B = 30 \text{ mm}$,
- 3) $d_C = 35 \text{ mm}$, $d_D = 35 \text{ mm}$,
- 4) obciążenia statyczne wałów pominać,
- 5) zastosować łożyska kulkowe zwykłe. Oznaczenie tych łożysk zaczyna się cyfrą 6.

Sposób wykonania ćwiczenia

Aby wykonać ćwiczenie powinieneś:

- 1) dobrać łożyska zgodnie z założeniami,
- 2) zapisać wyniki obliczeń oraz pełne nazwy dobranych łożysk,

Wyposażenie stanowiska pracy:

- literatura zgodna z punktem 6 poradnika,
- katalog łożysk tocznych,
- poradnik dla ucznia.

Ćwiczenie 4

Na podstawie dokumentacji technicznej zidentyfikuj elementy konstrukcyjne i występujące między nimi połączenia. Wypisz nazwy części. Krótko scharakteryzuj połączenia.

Sposób wykonania ćwiczenia

Aby wykonać ćwiczenie powinieneś:

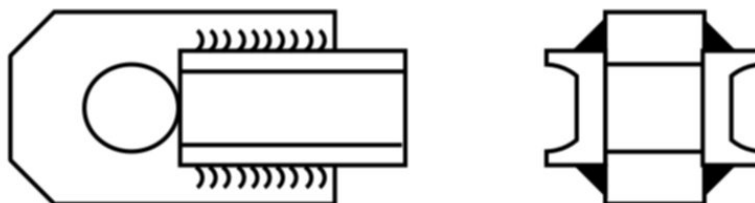
- 1) przeanalizować dokumentację techniczną urządzenia,
- 2) wypisać nazwy elementów konstrukcyjnych urządzenia,
- 3) zidentyfikować połączenia między elementami,
- 4) pogrupować połączenia według następującego kryterium:
 - połączenia rozłączne,
 - połączenia spajane,
- 5) scharakteryzować poszczególne rodzaje połączeń.

Wyposażenie stanowiska pracy:

- dokumentacja techniczna urządzeń mechatronicznych,
- literatura zgodna z punktem 6 poradnika,
- katalogi,
- poradnik dla ucznia.

Ćwiczenie 5

Zaprojektuj pokazany na rysunku rozciągany element konstrukcji spawanej wykonany z dwóch ceowników zakończonych . Siła rozciągająca $F = 2000\text{N}$.



Sposób wykonania ćwiczenia

Aby wykonać ćwiczenie powinieneś:

- 1) przeanalizować rysunek,
- 2) obliczyć przekrój i dobrać ceowniki,
- 3) obliczyć średnicę otworu ucha z warunku na ścinanie sworznia,
- 4) obliczyć grubość ucha z warunku na nacisk,
- 5) obliczyć szerokość ucha z warunku na rozciąganie,
- 6) obliczyć długość spoiny,
- 7) zapisać wyniki obliczeń,
- 8) wykonać rysunek elementu konstrukcyjnego z naniesionymi wymiarami.

Wyposażenie stanowiska pracy:

- literatura zgodna z punktem 6 poradnika,
- katalogi,
- poradnik dla ucznia.

4.5.4. Sprawdzian postępów

Czy potrafisz:

	Tak	Nie
1) wymienić rodzaje połączeń nierozłącznych stosowanych w budowie urządzeń mechatronicznych?	☐	☐
2) wymienić przekładnie cięgnowe zapewniające stałość przełożenia?	☐	☐
3) wyjaśnić w jakim celu są stosowane reduktory mechaniczne?	☐	☐
4) wyjaśnić w jakim celu są w konstrukcjach stosowane sprężyny?	☐	☐
5) obliczyć siły występujące w czopach wału przekładni zębatej o zębach prostych?	☐	☐
6) dobrać łożyska z katalogu łożysk tocznych gdy znane są występujące w czopach wału siły?	☐	☐
7) określić na podstawie dokumentacji technicznej elementy składowe maszyny?	☐	☐
8) zaprojektować element konstrukcyjny urządzenia?	☐	☐

5. SPRAWDZIAN OSIĄGNIĘĆ

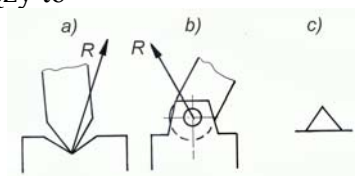
INSTRUKCJA DLA UCZNIA

1. Przeczytaj uważnie instrukcję.
2. Podpisz imieniem i nazwiskiem kartę odpowiedzi.
3. Zapoznaj się z zestawem zadań testowych.
4. Test zawiera 10 zadań. Do każdego zadania dołączone są 4 możliwości odpowiedzi. Tylko jedna jest prawidłowa. Zadania 3, 5, 7, 8 wymagają przeprowadzenia obliczeń. Wykonaj je na dodatkowej kartce i dołącz do karty odpowiedzi. Wymienione zadania bez załączonych obliczeń, nie będą uznane.
5. Udzielaj odpowiedzi na załączonej karcie odpowiedzi, stawiając w odpowiedniej rubryce znak X. W przypadku pomyłki należy błędną odpowiedź zaznaczyć kółkiem, a następnie ponownie zakreślić odpowiedź prawidłową.
6. Pracuj samodzielnie, bo tylko wtedy będziesz miał satysfakcję z wykonanego zadania.
7. Kiedy udzielenie odpowiedzi będzie Ci sprawiało trudność, wtedy odłóż jego rozwiązanie na później i wróć do niego, gdy zostanie Ci wolny czas.
8. Na rozwiązanie testu masz 45 min.

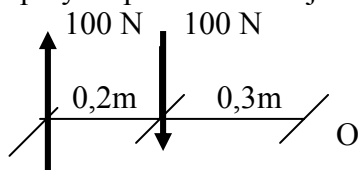
Zestaw zadań testowych

1. Podstawowe cechy wektora to
 - a) kierunek, wartość liczbowa.
 - b) wartość liczbowa, kierunek, zwrot.
 - c) zwrot, wartość liczbowa.
 - d) kierunek, zwrot.

2. Przedstawione na rysunku więzy to



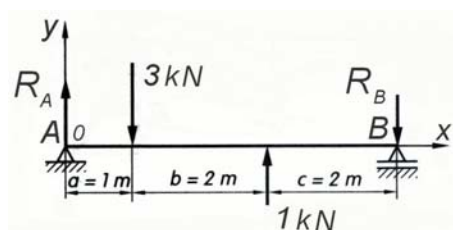
- a) podpory stałe.
 - b) wiotkie.
 - c) łożyska ruchome.
 - d) podpory ruchome.
3. Moment pary sił przedstawionej na rysunku względem punktu O wynosi



- a) 20 Nm.
- b) 30 Nm.
- c) 50 Nm.
- d) 60 Nm.

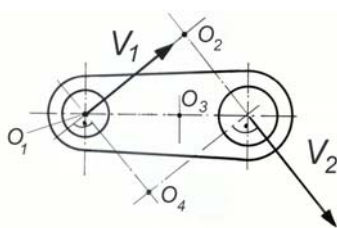
4. Warunkiem koniecznym i dostatecznym równowagi dowolnego płaskiego układu sił jest, aby
- sumy algebraiczne rzutów wszystkich sił na dwie osie były równe zero.
 - suma algebraiczna momentów wszystkich sił względem dowolnego punktu była równa zero oraz suma algebraiczna rzutów wszystkich sił na dowolną oś była równa zero.
 - sumy algebraiczne rzutów wszystkich sił na dwie osie były równe zero oraz suma algebraiczna momentów wszystkich sił względem dowolnego punktu była równa zero.
 - suma algebraiczna momentów wszystkich sił względem dwóch dowolnych punktów była równa zero.

5. Reakcja podpory w punkcie A belki pokazanej na poniższym rysunku wynosi



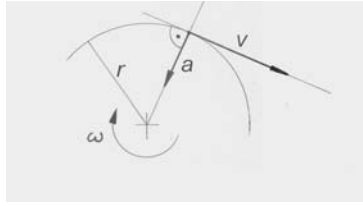
- 1 kN.
- 2 kN.
- 3 kN.
- 4 kN.

6. Chwilowy środek obrotu przedstawionego układu znajduje się w punkcie



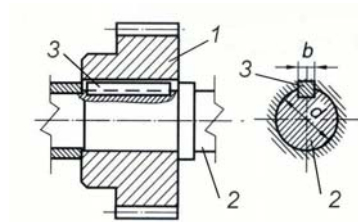
- O_1 .
- O_2 .
- O_3 .
- O_4 .

7. Naprężenia normalne w pręcie o przekroju $S = 4 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$ rozciągany siłą $F = 20 \text{ kN}$ wynoszą
- 500 MPa.
 - 50 MPa.
 - 40 MPa.
 - 4 MPa.
8. Krążek wiruje z prędkością obrotową $= 3000 \text{ obr/min}$. Prędkość liniowa V punktu oddalonego o $r = 0,12 \text{ m}$ od środka obrotu wynosi



- a) 9.81 m/s.
- b) 12.6 m/s.
- c) 37.7 m/s.
- d) 64.4 m/s

9. Przedstawione na schemacie połączenie koła zębatego 1 z wałem 2 zrealizowano za pomocą



- a) wpustu pryzmatycznego.
- b) klina.
- c) wielowypustu.
- d) wpustu czółenkowego.

10. Zgrzewanie jest połączeniem spajanym, w którym temperatura zgrzewania jest

- a) niższa niż temperatura topnienia elementów zgrzewanych, wymaga doprowadzenia dodatkowego spoiwa,
- b) bliska temperaturze topnienia łączonych elementów, nie wymaga dodatkowego spoiwa,
- c) wyższa niż temperatura topnienia łączonych elementów, nie wymaga dodatkowego spoiwa,
- d) wyższa niż temperatura topnienia łączonych elementów, nie wymaga dodatkowego spoiwa.

KARTA ODPOWIEDZI

Imię i nazwisko

Konstruowanie elementów maszyn

Zakreśl poprawną odpowiedź.

Nr zadania	Odpowiedź				Punkty
1	a	b	c	d	
2	a	b	c	d	
3	a	b	c	d	
4	a	b	c	d	
5	a	b	c	d	
6	a	b	c	d	
7	a	b	c	d	
8	a	b	c	d	
9	a	b	c	d	
10	a	b	c	d	
Razem:					

6. LITERATURA

1. Kozak B.: Części maszyn z elementami mechaniki technicznej WSiP Warszawa 2000
2. Morecki A.(red), Buśko Z., Kędzior K., Szydłowski W., Wolski K.: Maszyny i urządzenia mechaniczne. WSiP Warszawa 1985
3. Okraszewski K.: Ćwiczenia konstrukcyjne WSiP. Warszawa 1997
4. Potyński A.: Podstawy technologii i konstrukcji mechanicznych WSiP. Warszawa 1999
5. Rutkowski A.: Części maszyn. WSiP, Warszawa 1994
6. Siuta W. Mechanika techniczna. WSiP, Warszawa 1999.
7. Siuta W., Rososinski S., Kozak B.: Zbiór zadań z mechaniki technicznej. Wyd. 26. WSiP, Warszawa 1962

Katalogi, poradniki:

1. Łożyska toczne. Katalog – informator. Centrala techniczno-handlowa przemysłu precyzyjnego „PREMA”. Wyd. VI. Wydawnictwa Przemysłu Maszynowego „WEMA”, Warszawa 1989
2. Mały Poradnik Mechanika. Praca zbiorowa. Wyd. XVII. Wydawnictwa Naukowo-Techniczne Warszawa 1988

Polskie Normy:

1. PN-70/M-85005 Wpusty pryzmatyczne
2. PN-ISO 724:1995 Gwinty metryczne ISO ogólnego przeznaczenia. Wymiary nominalne
3. PN-ISO 8434-1:1996 Łączniki rurowe metalowe do napędów i sterowań hydraulicznych i pneumatycznych oraz zastosowania ogólnego. Łączniki rurowe gwintowane 24 stopni z pierścieniem zacinającym
4. PN-78/M02041 Wymiary normalne
5. PN-85/M-86100 Łożyska toczne. Łożyska kulkowe
6. PN-89/M-86208 Łożyska toczne. Łożyska walcowe wielorzędowe
7. PN-71/M-85250 Sprzęgła do łączenia wałów. Podstawowe nazwy, określenia i podział